

TESI DI LAUREA
IN
INGEGNERIA AEROSPAZIALE
INDIRIZZO SPAZIALE

**Utilizzo di algoritmi genetici
per ottimizzazioni di trasferimenti
interplanetari a bassa spinta**

Francescostefano Mazzeo

Anno Accademico 2007-2008

T226





UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PISA

Tesi di Laurea in Ingegneria Aerospaziale

**Utilizzo di algoritmi genetici
per ottimizzazioni di trasferimenti
interplanetari a bassa spinta**

Candidato

Francescostefano Mazzeo

Relatori

Prof. Mariano Andrenucci

Ing. Pierpaolo Pergola

Anno Accademico 2007-2008

“Niente fremiti di gioia, niente ebbrezza della vittoria, la mèta raggiunta è già superata. Direi quasi un senso di amarezza per il sogno diventato realtà. Credo che sarebbe molto più bello poter desiderare per tutta la vita qualcosa, lottare continuamente per raggiungerla e non ottenerla mai... L'uomo felice non dovrebbe avere più nulla da dire, più nulla da fare. Per mio conto preferisco una felicità irraggiungibile, sempre vicina e sempre fuggente...”

Giusto Gervasutti

SOMMARIO

L'esigenza di ottenere nuove risorse energetiche, il sogno di scoprire nuove forme di vita e il fascino di conquista di nuovi pianeti ha da sempre occupato un pensiero fisso nella mente dell'uomo. Uno dei passi per realizzare ciò è ottimizzare le traiettorie che i veicoli spaziali affrontano nel raggiungere una determinata meta. L'ottimizzazione di traiettorie è una tecnica potente che consente di analizzare la fattibilità di una missione spaziale ed esistono diversi metodi per realizzarla. Uno di questi metodi è l'utilizzo degli algoritmi genetici che sfruttano la teoria evolutiva formulata da Darwin e riescono a calcolare una soluzione di ottimo.

Il presente lavoro di tesi fornisce un esempio di come può essere affrontato un problema di ottimizzazione di trasferimenti interplanetari a bassa spinta attraverso l'utilizzo degli algoritmi genetici.

Nella prima parte si analizza il problema da un punto di vista teorico e si ripercorrono le varie fasi che rendono possibile sviluppare strumenti di disegno di missione basati su tali fondamenti teorici. Viene, inoltre, fornita una panoramica di quali possano essere i metodi utilizzati per affrontare problemi di ottimizzazione e ci si sofferma su cosa siano, come funzionano e come si applicano gli algoritmi genetici al modello matematico in esame.

Una seconda parte del lavoro è rivolta allo studio di una possibile missione Terra-Venere e una possibile missione Terra-Marte attraverso l'utilizzo di algoritmi genetici. L'analisi viene effettuata considerando diversi aspetti del problema e i risultati ottenuti utilizzando funzioni di fitness diverse vengono confrontati tra loro.

ABSTRACT

The necessity in obtaining new energetic resources, the dream in discovering new forms of life and the fascination in conquering new planets have always occupied the mind of mankind. One of the steps to realize all this is the spacecrafts trajectory optimization. Trajectory optimisation is a powerful technique to analyze mission feasibility and some methods exist to realize it. One of this methods is the use of genetic algorithms that expect the optimal solution by using Darwin's evolutionary theory.

The present thesis gives an example of how a low thrust interplanetary transfer optimization problem can be dealt by using genetic algorithms.

In the first part of this work the problem is analyzed from a theoretical point of view and the steps through which mission design tools can be derived from such a theoretical background are then reviewed. A view of optimization methods is given and a wide deal of genetic algorithms theory and application is explained.

In the second part of this work a study of an Earth-Venus transfer and of an Earth-Mars transfer is analyzed by using genetic algorithms. Several aspects of the problem are taken into account and the final results are compared by using different fitness functions.

RINGRAZIAMENTI

Si desidera ringraziare, per la realizzazione del presente lavoro, il Prof.Ing. Mariano Andrenucci per i consigli e per la professionalità che lo hanno sempre distinto e il Dott.Ing. Pierpaolo Pergola che si è rivelato essere un amico ancor prima di un relatore.

Un ringraziamento speciale è rivolto alla mia famiglia per il sostegno e la fiducia che mi hanno sempre dimostrato in questi anni lontano da casa.

Un ringraziamento particolare è rivolto a zia Rocca, alla nonna, a zio Vito, a zia Teresa, a mio cugino Michele (grazie delle 1000 lire per i biglietti ferroviari), agli altri zii e cugini e a zio Angelo al quale non ho potuto dimostrare tutta la mia determinazione nell'affrontare un impegno oneroso come l'università lontano da casa.

Desidero ringraziare Gabriella, la mia musa ispiratrice e, a volte, la voce della mia coscienza, che durante questi ultimi sette anni, mi ha ascoltato, sopportato e infuso la fiducia necessaria quando nei momenti difficili sembrava che crollasse la terra sotto i piedi.

Grazie ai veri amici che mi hanno accompagnato in questa "avventura" e che difficilmente dimenticherò.

INDICE

Elenco delle Figure

Elenco delle Tabelle

Elenco delle Costanti

Elenco dei Simboli Utilizzati

Capitolo 1 - Introduzione	1
1.1 Presentazione del problema	1
1.2 Missioni spaziali effettuate con propulsori a bassa spinta	2
1.3 Obiettivi	13
1.4 Articolazione del lavoro	14
 Capitolo 2 - Richiami su metodologie di tecniche di ottimizzazione	 15
2.1 Introduzione alle tecniche di ottimizzazione	15
2.2 Metodi di ottimizzazione	17
2.2.1 Metodi indiretti	17
2.2.2 Metodi diretti	18
2.2.3 Metodi ibridi	19
2.2.4 Metodi di ottimizzazione globale	20
2.2.5 Altre tecniche di ottimizzazione globale: neurocontrollori evolutivi e ottimizzazioni Pareto	28
 Capitolo 3 - Introduzione agli algoritmi genetici	 31
3.1 Cosa sono e come lavorano gli algoritmi genetici	31
3.2 Basi teoriche degli algoritmi genetici	34
3.3 Operatori genetici	39
3.3.1 Selezione	39

3.3.2	Opzioni di riproduzione: elite count e crossover	40
3.3.3	Mutazione	42
3.3.4	Migrazione	44
3.4	La funzione di fitness	44
3.4.1	Funzione di fitness con pesi statici	46
3.4.2	Funzione di fitness con pesi dinamici	47
3.4.3	Funzione di fitness con pesi ricotti	48
3.4.4	Funzione di fitness con pesi adattabili	49
3.4.5	Funzione di fitness con pesi co-evolutivi	51
Capitolo 4 - Modelli matematici utilizzati per descrivere il moto del veicolo spaziale		53
4.1	Relazioni di base della propulsione elettrica	53
4.2	Equazioni del moto nel modello bidimensionale	59
4.3	Equazioni del moto nel modello tridimensionale	61
4.4	Utilizzo di effemeridi per il calcolo della posizione dei pianeti	65
Capitolo 5 - Applicazione degli algoritmi genetici		67
5.1	Come vengono applicati gli algoritmi genetici ai modelli matematici che descrivono il moto del veicolo spaziale	67
5.2	Analisi di trasferimenti interplanetari del modello bidimensionale	69
5.2.1	Validazione del programma di calcolo	70
5.2.2	Confronto con la manovra alla Homann	74
5.2.3	Analisi di trasferimenti Terra-Marte mediante l'utilizzo di funzioni di fitness con pesi statici	75
5.2.4	Analisi di trasferimenti Terra-Venere mediante l'utilizzo di funzioni di fitness con pesi statici	78
5.2.5	Analisi di trasferimenti Terra-Marte e Terra-Venere attraverso l'utilizzo di funzioni di fitness con pesi adattabili	80
5.2.6	Analisi di trasferimenti Terra-Marte e Terra-Venere attraverso l'utilizzo di funzioni di fitness con pesi variabili	85
5.2.7	Utilizzo del programma di calcolo utilizzando accelerazioni diverse da	

quelle considerate finora	97
5.3 Analisi di trasferimenti interplanetari del modello tridimensionale	98
Capitolo 6 - Conclusioni e sviluppi	107
6.1 Conclusioni	107
6.2 Sviluppi	108
Bibliografia	109
Appendice	113
Le effemeridi	113

Elenco delle figure

Capitolo 1

1.1 Illustrazione artistica di DS1 durante il funzionamento	3
1.2 Il motore NSTAR di DS1	4
1.3 Il propulsore a ioni a radiofrequenza RITA	4
1.4 Il satellite Artemis	5
1.5 Confronto della massa di propellente necessaria per diversi propulsori spaziali	5
1.6 Rappresentazione grafica di Hayabusa	6
1.7 Propulsore di Hayabusa dopo l'assemblaggio	6
1.8 Orbite che ha effettuato Hayabusa e che effettuerà per il ritorno sulla Terra	7
1.9 Rappresentazione grafica di SMART-1	7
1.10 Particolare del motore di SMART-1	8
1.11 Schematizzazione della fase finale del trasferimento di SMART-1	8
1.12 Rappresentazione artistica della sonda DAWN	9
1.13 L'orbita di trasferimento di DAWN	9
1.14 Resistogetto	10
1.15 Arcogetto	11
1.16 Propulsore a ioni	11
1.17 Propulsore FEEP	12
1.18 Propulsore MPD	12
1.19 Propulsori a effetto Hall	13

Capitolo 2

2.1 Esempio di minimo locale e minimo globale	17
2.2 Classificazione degli algoritmi di ottimizzazione globale	21
2.3 Schema di un algoritmo genetico	22
2.4 Schema di un EP	23
2.5 Schema di un SA	25
2.6 Schema di una rete neurale	28

Capitolo 3

3.1 Struttura di un algoritmo genetico	33
3.2 Schema di funzionamento dell'operatore di crossover	41
3.3 Schema di funzionamento dell'operatore di mutazione	43
3.4 Schema di funzionamento dell'operatore di mutazione gaussiana	43

Capitolo 4

4.1 Impulso specifico ottimale per un propulsore elettrico	58
4.2 Sistema di riferimento inerziale $\mathcal{T}(0;r,\theta)$ utilizzando le coordinate polari per la scrittura delle equazioni del moto	60
4.3 Schema di un modello di moto perturbato	62
4.4 Schema del modello matematico considerato	63

Capitolo 5

5.1 Schema di funzionamento dell'algoritmo genetico	68
5.2 Orbita di trasferimento della simulazione con i pesi $\lambda_1=1,25$ e $\lambda_2=2$	73
5.3 Variazione della massa e variazione dell'angolo di sparo del trasferimento Terra-Marte	74
5.4 Manovra alla Homann	75
5.5 Orbita di trasferimento Terra-Marte e andamento della massa, dell'angolo di sparo e del regolatore di spinta	77
5.6 Trasferimento Terra-Venere a P costante e a T variabile	79
5.7 Andamento del peso λ_1 con il numero di generazioni	81
5.8 Trasferimento Terra-Marte di minima massa con funzione di fitness con pesi adattabili	82
5.9 Andamento del peso λ_1 con il numero di generazioni	84
5.10 Trasferimento Terra-Venere di minima massa con funzione di fitness con pesi adattabili	84
5.11 Andamento dei pesi al variare delle generazioni con $\beta = 1,1$	87
5.12 Andamento dei pesi al variare delle generazioni con $\beta = 1,5$	88

5.13 Andamento dei pesi al variare delle generazioni con $\beta = 2$	88
5.14 Orbita di trasferimento Terra-Marte di minima massa a P variabile e a T variabile, e grafici della variazione di massa, dell'angolo di sparo, del regolatore di spinta e della potenza	90
5.15 Orbita di trasferimento Terra-Marte di minimo tempo a P costante e a T costante, e grafici della variazione di massa e dell'angolo di sparo	92
5.16 Orbita di trasferimento Terra-Venere di minima massa a P variabile e a T variabile, e grafici della variazione di massa, dell'angolo di sparo, del regolatore di spinta e della potenza	94
5.17 Orbita di trasferimento Terra-Venere di minimo tempo a P variabile e a T costante, e grafici della variazione di massa, dell'angolo di sparo e della potenza	96
5.18 Orbita di trasferimento (pagina precedente) e variazione della massa e dell'angolo di sparo	98
5.19 Orbita del Trasferimento 1 vista da più angolazioni	102
5.20 Variazione della massa, degli angoli δ e ϕ , di τ e della potenza	103
5.21 Orbita del trasferimento vista da diverse angolazioni	105
5.22 Variazione della massa e degli angoli δ e ϕ	106
 Appendice	
A.1 Trasformazione di coordinate IJK→PQW	118

Elenco delle tabelle

Capitolo 4

4.1 Prestazioni tipiche di alcuni sistemi di propulsione	55
--	----

Capitolo 5

5.1 Risultati delle simulazioni effettuate in [26]	71
5.2 Risultati delle simulazioni Terra-Marte di minima massa per potenza costante e variazione del flusso di massa costante	73
5.3 Risultati dei trasferimenti Terra-Marte di minima massa con funzioni di fitness con pesi statici	76
5.4 Risultati dei trasferimenti Terra-Venere di minima massa con funzioni di fitness con pesi statici	78
5.5 Risultati dei trasferimenti Terra-Marte di minima massa con funzioni di fitness con pesi adattabili	81
5.6 Risultati dei trasferimenti Terra-Venere di minima massa con funzioni di fitness con pesi adattabili	83
5.7 Risultati di delle simulazioni Terra-Venere di minima massa con valori di β diversi	87
5.8 Risultati dei trasferimenti Terra-Marte di minima massa	89
5.9 Confronto dei metodi delle le funzioni di fitness con pesi statici e con pesi variabili	91
5.10 Risultati dei trasferimenti Terra-Marte di minimo tempo	91
5.11 Risultati dei trasferimenti Terra-Venere di minima massa	93
5.12 Confronto dei metodi delle le funzioni di fitness con pesi statici e con pesi variabili per trasferimenti Terra-Venere di minima massa	95
5.13 Risultati dei trasferimenti Terra-Venere di minimo tempo	95
5.14 Risultato del trasferimento Terra-Marte	97
5.15 Risultato delle simulazioni	101

5.16 Confronto tra l'analisi del modello bidimensionale e il modello tridimensionale	101
5.17 Risultato della simulazione del trasferimento Terra-Venere di minima massa	104
5.18 Confronto tra l'analisi del modello bidimensionale e il modello tridimensionale per il trasferimento Terra-Venere di minima massa	104

Elenco delle Costanti

AU	Unità Astronomica	149597870,691	km
g_0	Accelerazione di gravità al livello del mare	9,81	m/s^2
μ_{Sole}	Parametro gravitazionale del Sole	$1,32712440018 \times 10^{11}$	km^3/s^2
μ_{Venere}	Parametro gravitazionale di Venere	$3,24859 \times 10^5$	km^3/s^2
μ_{Terra}	Parametro gravitazionale della Terra	$3,9886004 \times 10^5$	km^3/s^2
μ_{Marte}	Parametro gravitazionale di Marte	$4,2828 \times 10^4$	km^3/s^2
$R_{\text{S-V}}$	Distanza media Venere-Sole	1,08208600,879	km
$R_{\text{S-T}}$	Distanza media Terra-Sole	1,49598022,982	km
$R_{\text{S-M}}$	Distanza media Marte-Sole	2,27939185,179	km

Elenco dei Simboli

a	Semiasse maggiore
a_x	accelerazione del propulsore lungo x
a_y	accelerazione del propulsore lungo y
a_z	accelerazione del propulsore lungo z
a_r	accelerazione radiale

a_θ	accelerazione circonferenziale
AU	Astronomic Units
d_E	Distanza Terra-Sole
d_T	Distanza pianeta obiettivo-Sole
DU	Distance Units
e	Eccentricità
E	Anomalia eccentrica
i	Inclinazione
I_{sp}	Impulso specifico
λ_M	Longitudine media
M	Anomalia media
m_P	Massa del propellente
\dot{m}	Flusso di massa del propellente
MU	Mass Units
v	Anomalia vera
Ω	Ascensione retta del nodo ascendente
ω	Longitudine del perielio
$\tilde{\omega}$	Longitudine del perielio
P	Potenza
r	Distanza del veicolo dal Sole
ρ_E	Distanza veicolo spaziale-Terra
ρ_T	Distanza veicolo spaziale- pianeta obiettivo
T	Spinta
TU	Time Units
θ	Angolo polare
v_r	Velocità radiale
v_θ	Velocità circonferenziale
v_x	Velocità del veicolo spaziale rispetto all'asse delle x
v_y	Velocità del veicolo spaziale rispetto all'asse delle y
v_z	Velocità del veicolo spaziale rispetto all'asse delle z
x	Coordinata lungo l'asse delle x del veicolo spaziale
x_E	Coordinata lungo l'asse delle x della Terra
x_T	Coordinata lungo l'asse delle x del pianeta obiettivo
y	Coordinata lungo l'asse delle y del veicolo spaziale
y_E	Coordinata lungo l'asse delle y della Terra

y_T	Coordinata lungo l'asse delle y del pianeta obiettivo
z	Coordinata lungo l'asse delle z del veicolo spaziale
z_E	Coordinata lungo l'asse delle z della Terra
z_T	Coordinata lungo l'asse delle z del pianeta obiettivo

1

INTRODUZIONE

L'intento di questa introduzione è quello di fornire una panoramica dei vantaggi e dei problemi legati all'utilizzo di propulsori a bassa spinta per il disegno di missioni spaziali. Ciò è sufficiente per dare un'idea delle motivazioni che hanno spinto a questo studio e gli obiettivi che esso si propone. Si fornirà anche una descrizione della struttura globale del lavoro.

1.1 Presentazione del problema

L'eventuale scoperta di pianeti abitabili, con nuove forme di vita e con nuove risorse energetiche da sfruttare ha da sempre affascinato l'uomo e interessato la comunità scientifica. Per questo, negli ultimi decenni, l'esigenza di esplorare lo spazio, a cominciare dal "nostro" Sistema Solare, ha spinto l'uomo a sviluppare nuove tecnologie e ad approfondire nuovi studi. Le missioni di esplorazione dello spazio profondo richiedono elevati incrementi di velocità, e dunque, c'è la

Utilizzo di algoritmi genetici per ottimizzazioni di trasferimenti interplanetari a bassa spinta

necessità di utilizzare tecnologie di propulsione sempre più sofisticate ed efficienti. Per realizzare tali missioni si potrebbero utilizzare tecnologie propulsive ad alta spinta (come i sistemi propulsivi chimici) in combinazione con eventuali manovre a effetto fionda, ma tali soluzioni possono rivelarsi complesse e non realizzabili. La via alternativa da seguire è quella dell'utilizzo di sistemi propulsivi a bassa spinta che sono in grado di aumentare la possibilità di realizzazione delle missioni utilizzando la quantità di propellente imbarcato in maniera molto più efficiente. Dunque, il consumo di propellente ridotto permette di poter aumentare il carico utile o diminuire il volume del veicolo spaziale e quindi del lanciatore.

Il problema del consumo di propellente, però, non è l'unico ostacolo al successo di una missione spaziale a lungo raggio come ad esempio una missione verso Marte. Infatti, oltre al consumo di propellente, deve essere preso in considerazione anche il tempo che il veicolo impiega per effettuare un viaggio dalla Terra al pianeta obiettivo. Se l'unico scopo del veicolo è quello di esplorare, fotografare ed eventualmente riportare sulla Terra campioni e dati in modo completamente automatico, senza uomini a bordo, allora il tempo di trasferimento potrebbe avere una importanza relativamente minore. Ma se l'intento dell'uomo è esplorare ed eventualmente porre le basi per una futura colonizzazione di altri pianeti, è necessario effettuare il trasferimento in intervalli di tempo non troppo lunghi e trasportare una quantità di materiale sufficiente per la sopravvivenza e per le analisi scientifiche. Perciò lo scopo è quello di individuare traiettorie che consentano di coprire grandi distanze, in tempi ragionevoli e con consumo di propellente contenuto.

Attualmente, non sono molte le missioni a lungo raggio che hanno utilizzato propulsori a bassa spinta, ma i problemi legati all'esaurimento di risorse energetiche sulla Terra e il sogno legato alla conquista del "pianeta rosso" hanno contribuito notevolmente allo sviluppo e allo studio di algoritmi di ottimizzazione di traiettorie interplanetarie a bassa spinta.

1.2 Missioni spaziali effettuate con propulsori a bassa spinta

Le sonde utilizzate per missioni spaziali a bassa spinta sono:

DEEP SPACE 1

Deep Space 1^[1] (DS1) (Fig. 1.1) è una sonda spaziale della NASA, lanciata da Cape Canaveral il 24 ottobre 1998 per mezzo di un razzo Delta. La missione principale di DS1 consisteva nel testare nuove tecnologie spaziali in modo tale da ridurre costi e rischi di missioni future. La sonda aveva a bordo 12 tecnologie da sperimentare durante i nove mesi della missione primaria. Tra queste le principali erano: un motore a ioni, un sistema di navigazione ottica autonomo, un software basato su un agente autonomo e una strumentazione ed elettronica miniaturizzata. La sonda ha verificato il funzionamento di sistemi che permettessero un intervento minimo da parte dei tecnici a terra, potendo anche gestire la rotta autonomamente tramite un sistema ottico. Una volta testate con successo queste tecnologie la sonda ha effettuato misurazioni fotografiche dell'asteroide Braille e della cometa Borrelly. La sua missione terminò il 18 dicembre 2001.



Fig. 1.1 - Illustrazione artistica di DS1 durante il funzionamento.

Il motore a ioni allo xeno NSTAR di DS1 (Fig. 1.2) fu sviluppato al Glenn Research Center della NASA e raggiunge un impulso specifico di $1000\div 3000$ secondi. Proprio per l'elevato impulso specifico, di un

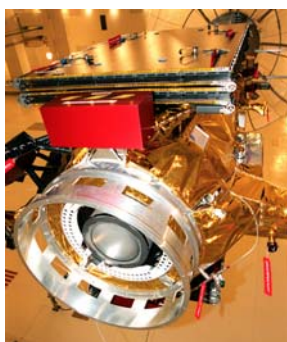


Fig. 1.2 - Il motore NSTAR di DS1.

ordine più grande rispetto ai metodi di propulsione tradizionale, la massa di DS1 era di soli 486 kg (rispetto ai 1300 kg se fossero state usate altre tecnologie). Per questo fu possibile utilizzare un lanciatore più piccolo. Sebbene il motore produceva solo 92 mN di spinta alla massima potenza, il veicolo raggiunse alte velocità proprio perché il motore a ioni funzionava in maniera continua per lunghi periodi. Il motore ebbe una durata complessiva di funzionamento di 678 giorni.

ARTEMIS

Artemis^[2] (Fig.1.4) è un satellite di telecomunicazioni dall'Agenzia Spaziale Europea che fu lanciato da Kourou, Guyana Francese, il 12 luglio 2001 ed era equipaggiato con un motore a ioni a radiofrequenza (RITA Radio-frequency Ion Thruster Assembly) (Fig. 1.3) avente un impulso specifico di $2500 \div 3700$ secondi.

A causa di un malfunzionamento dell'ultimo stadio del lanciatore, Artemis fu immesso su un'orbita ellittica attorno alla Terra avente un apogeo di 17000 km. La massa di propellente del propulsore chimico non era sufficiente a far raggiungere ad Artemis la quota operativa, perciò, in una prima fase, fu utilizzato il propulsore chimico e fu raggiunta un'orbita circolare intermedia ad una quota di 31000 km. Per i successivi 18 mesi, fu utilizzato il motore a ioni RITA che portò Artemis sull'orbita geostazionaria finale di circa 36000 km. Il tempo di sparo complessivo del motore a ioni per portare Artemis alla quota GEO fu di 6430 ore.

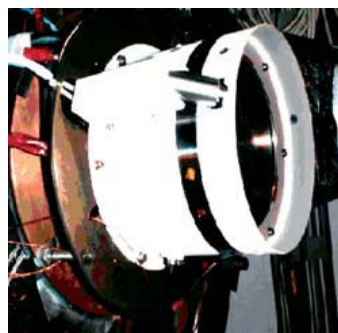


Fig. 1.3 - Il propulsore a ioni a radiofrequenza RITA



Fig. 1.4 - Il satellite Artemis.

Da un confronto effettuato dalla EADS di un motore RITA con altre tecnologie propulsive si ottengono differenze di massa di propellente significative^[2] (Fig. 1.5):

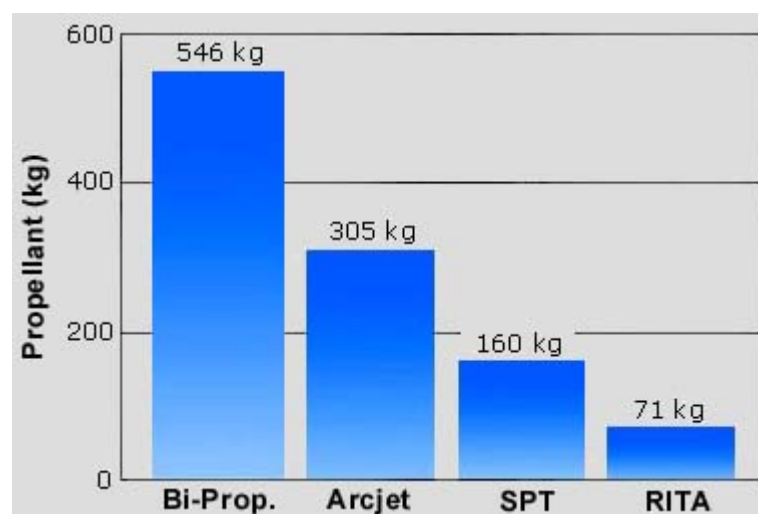


Fig. 1.5 - Confronto della massa di propellente necessaria per diversi propulsori spaziali.

HAYABUSA

Il veicolo spaziale Hayabusa^[3] (Fig. 1.6) (il cui nome originario era MUSES-C) è stato progettato dall'Agenzia Spaziale Giapponese (JAXA) per raggiungere l'asteroide Itokawa (già raggiunto da altre sonde come Galileo e NEAR Shoemaker) e ritornare sulla Terra con dei campioni di roccia.



Fig. 1.6 - Rappresentazione grafica di Hayabusa.

È stato lanciato il 9 maggio 2003 dal Kagoshima Space Center con un razzo M-V-5. Con un peso iniziale di 510 kg ed equipaggiato con quattro propulsori a ioni, la sonda ha effettuato una manovra di fly-by con la Terra per immettersi sull'orbita di trasferimento. Hayabusa ha raggiunto l'asteroide Itokawa il 30 settembre del 2005 e ha effettuato le discese 19 e il 25 novembre 2005. Il ritorno sulla Terra è previsto per il 2010. I motori a

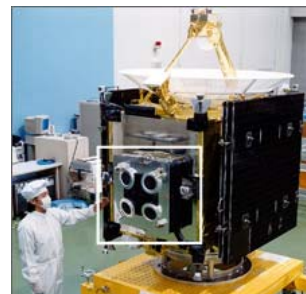


Fig. 1.7 - Propulsore di Hayabusa dopo l'assemblaggio

ioni installati sulla sonda (Fig.1.7) hanno funzionato, finora, per una durata complessiva di 26000 ore.

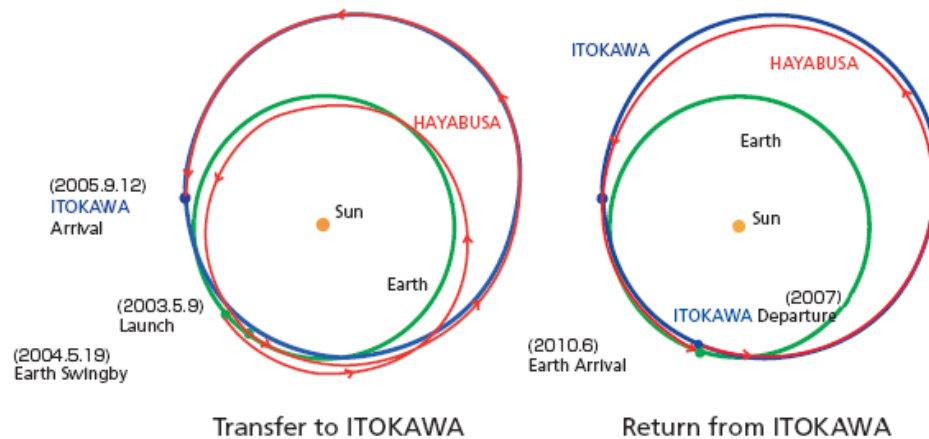


Fig. 1.8 - Orbite che ha effettuato Hayabusa e che effettuerà per il ritorno sulla Terra

In Fig.1.8 è riportata l'orbita di trasferimento che Hayabusa ha effettuato per raggiungere Itokawa e quella che effettuerà per ritornare sulla Terra.

SMART-1

SMART-1^[4] (Fig.1.9) è una sonda dell'Agenzia Spaziale Europea (ESA) lanciata il 27 settembre 2003 con un razzo Ariane 5 dalla Guyana Francese. Il 30 gennaio 2004, per tre settimane, il motore non è stato più acceso in modo tale da testare la strumentazione di bordo.



Fig. 9 - Rappresentazione grafica di SMART-1.

*Utilizzo di algoritmi genetici per ottimizzazioni
di trasferimenti interplanetari a bassa spinta*

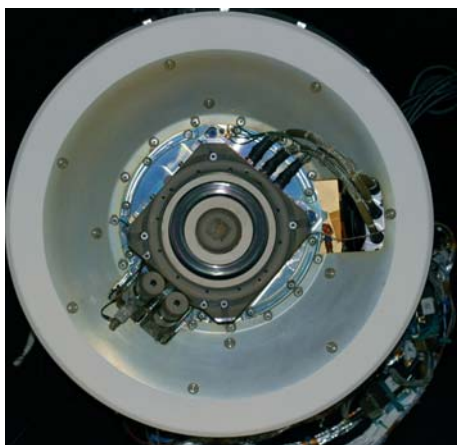


Fig. 1.10 - Particolare del motore di SMART-1.

Il 24 febbraio 2004 il motore è stato riacceso e periodicamente è stata effettuata un'accensione in corrispondenza del perigeo la cui durata aumentava ogni volta (Fig.1.11). La prima accensione è durata circa 8 ore mentre l'ultima accensione è durata 56,7 ore. Dopo la fase di trasferimento e di cattura, SMART-1 ha mappato la superficie lunare con raggi X e infrarossi da diverse angolazioni. Il motore HET ebbe un funzionamento complessivo di 3648 ore rispetto alle 8000

previste, con un consumo di propellente di 58,8 kg.

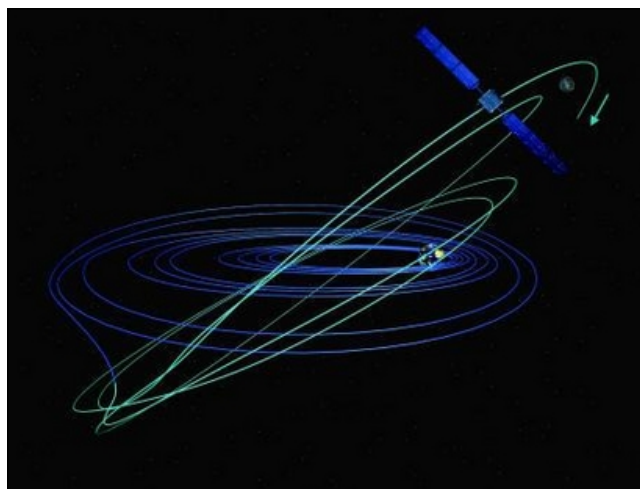


Fig. 1.11 - Schematizzazione della fase finale del trasferimento.

DAWN

DAWN^[5] (Fig. 1.12) è una sonda della NASA lanciata il 27 settembre 2007. La sua missione principale è quella di studiare l'asteroide Vesta e successivamente il pianeta nano Cerere con la speranza che siano effettuate nuove scoperte sulla formazione del



Sistema Solare.
L'arrivo di DAWN su Vesta è previsto tra il 2011 e il 2012 (Fig.1.13), mentre l'arrivo su Cerere per il 2015. La massa iniziale della sonda era di circa 1250 kg di cui 495 kg di propellente.

Fig. 1.12 - Rappresentazione artistica della sonda DAWN.

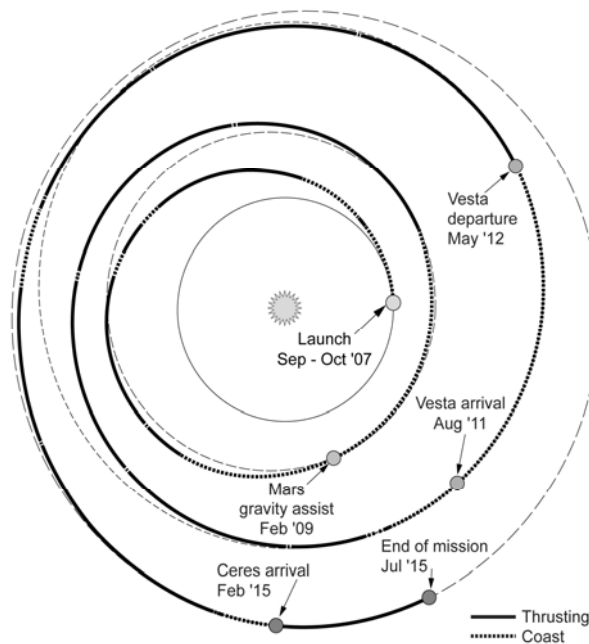


Fig. 1.13 - L' orbita di trasferimento di DAWN.

Utilizzo di algoritmi genetici per ottimizzazioni di trasferimenti interplanetari a bassa spinta

DAWN è dotata di tre motori a ioni aventi impulso specifico di 3100 secondi con una spinta, alla massima, potenza di 91 mN. La stima effettuata del tempo di funzionamento complessivo è di circa 2100 giorni, un primato assoluto se si confronta con la missione DEEP SPACE 1 dove il motore ha funzionato per 678 giorni.

Dopo aver descritto le missioni spaziali più importanti si elencano quali sono e come possono essere classificati propulsori che consentono regimi di bassa spinta:

I propulsori nucleari^[6], come suggerisce la parola stessa, appartengono tutti quei propulsori che sfruttano come fonte di energia quella nucleare abbinata ad un'accelerazione gasdinamica. Tale soluzione consente di raggiungere soglie elevate di energia disponibile per unità di propellente con valori di impulso specifico dell'ordine di 500÷860 secondi. In questo caso, la fonte di energia è costituita da una reazione di fissione nucleare. Lo sviluppo di questa tecnologia, però, risulta essere molto lento e difficoltoso a causa dei problemi di sicurezza che si potrebbero verificare nell'eventualità di un aborto di missione, o dei problemi legati al peso del veicolo se si dovesse effettuare una schermatura nel caso di missioni con presenza di uomo a bordo.

I propulsori elettrici^{[6],[7]} realizzano la spinta accelerando un gas mediante riscaldamento elettrico e/o per mezzo di forze di massa elettriche e/o magnetiche. I propulsori elettrici possono essere classificati in base al processo accelerativo utilizzato. Si distinguono tre categorie:

- **propulsori elettrotermici** in cui il propellente acquista energia mediante il riscaldamento con resistenze elettriche o archi elettrici che scoccano nella sezione di efflusso. Il gas viene successivamente accelerato tramite espansione gasdinamica attraverso un ugello, fino ad

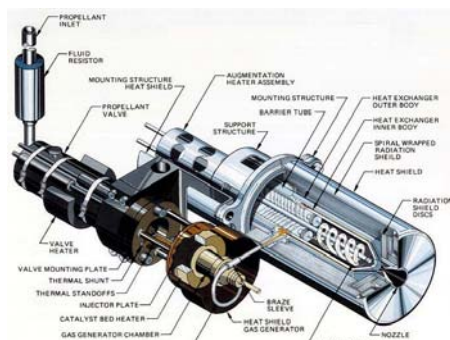


Fig. 1.14 - Resistogetto.

ottenere impulsi specifici di $200\div1000$ secondi. A questa categoria appartengono i resistogetti (Fig. 1.14) e gli arcogetti (Fig. 1.15).

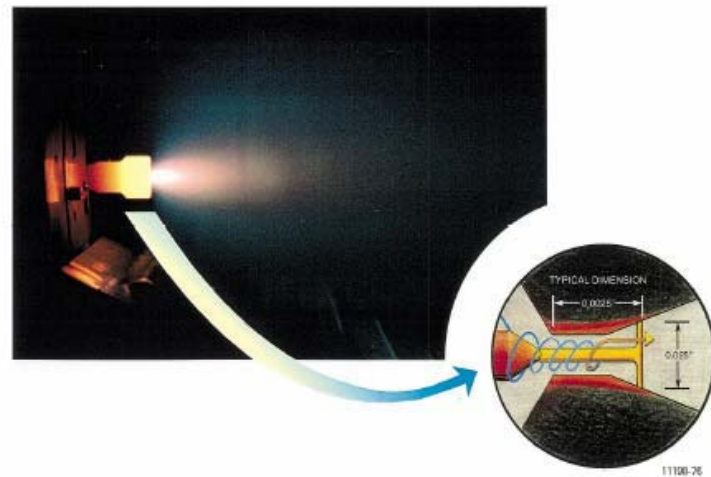


Fig. 1.15 - Arcogetto.

- **Propulsori elettrostatici** in cui un gas altamente ionizzato viene accelerato attraverso campi elettrici applicati. Fanno parte di questa categoria i propulsori ad emissione ad effetto di campo (FEEP) (Fig.1.17) con cui si ottengono impulsi specifici di $4000\div6000$ secondi, i

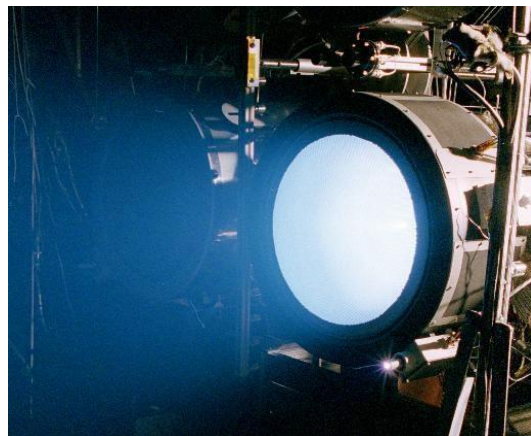


Fig. 1.16 - Propulsore a ioni.

propulsori a bombardamento elettronico (Fig.1.16) con impulsi specifici di $1500\div5000$ secondi e i propulsori a ioni a radiofrequenza (RIT) con impulsi specifici di $3000\div4000$ secondi.

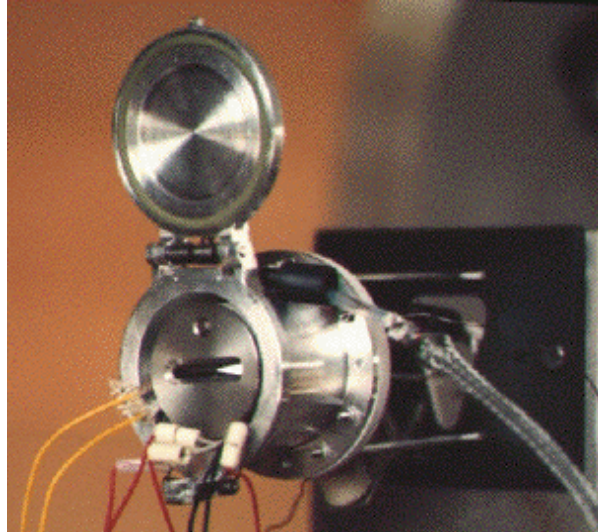


Fig. 1.17 - Propulsore FEEP.

- **propulsori elettromagnetici** in cui un gas ionizzato viene accelerato tramite forze elettromagnetiche che si instaurano tra le correnti che lo attraversano e i campi elettrici e magnetici applicati esternamente o indotti dalle correnti stesse. A questa categoria appartengono i propulsori magnetoplasmadinamici (MPD) (Fig.1.18) con impulsi specifici di $2000 \div 5000$ secondi e i motori a effetto Hall (Fig.1.19) con impulsi specifici di $1500 \div 2000$ secondi.

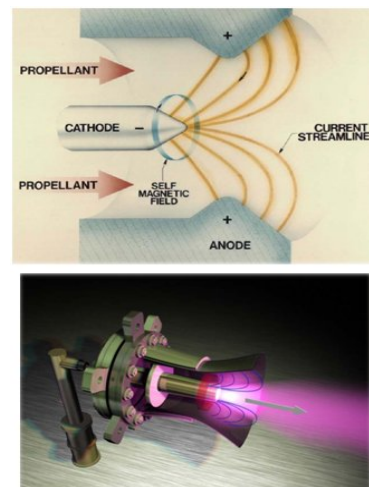


Fig. 1.18 - Propulsore MPD

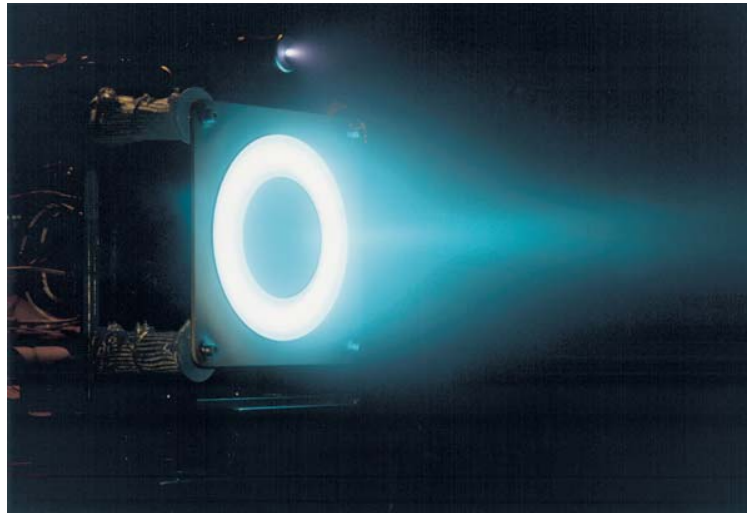


Fig. 1.19 - Propulsori effetto Hall.

1.3 Obiettivi

Alla luce di quanto emerso dalle missioni elencate nel precedente paragrafo, l'esigenza di sviluppare tecniche di ottimizzazione sempre più efficienti appare evidente e necessaria al fine di diminuire i tempi di trasferimento e la massa di propellente per un eventuale trasferimento interplanetario.

In tale ottica il lavoro che ci si propone, è di utilizzare un algoritmo di ottimizzazione già esistente, di provarne la sua validità ed efficienza e di adattarlo in modo tale da renderlo compatibile con una vasta gamma di problemi. L'algoritmo di ottimizzazione verrà impiegato per calcolare orbite di trasferimenti interplanetari a bassa spinta di minimo tempo e di minima massa. Saranno inoltre considerati diversi aspetti del problema, come missioni di trasferimento a potenza costante o a potenza variabile, considerando, anche, condizioni di spinta costante oppure variabile.

1.4 Articolazione del lavoro

Nel Capitolo 2 verranno descritte e classificate le tecniche che potrebbero essere utilizzate per calcolare orbite di ottimizzazione di trasferimenti di minimo tempo e di minima massa.

Nel Capitolo 3 verrà posta l'attenzione sulla classe di algoritmi utilizzati nel presente lavoro di tesi, illustrandone il funzionamento ed evidenziandone eventuali problemi che si potrebbero incontrare nell'effettuare alcune scelte.

Nel Capitolo 4 verranno descritti i modelli matematici utilizzati. In particolare verrà fornita una breve descrizione delle relazioni di base della propulsione elettrica, del modello matematico delle equazioni del moto nel caso bidimensionale e tridimensionale e del calcolo della posizione dei pianeti attraverso l'utilizzo di effemeridi.

Nel capitolo 5, verrà descritto come vengono applicati gli algoritmi scelti al modello matematico in esame e verranno illustrati i risultati ottenuti dalle simulazioni per ottimizzazioni di trasferimenti di minimo tempo e di minima massa Terra-Marte e Terra-Venere. Tali risultati verranno prima confrontati con risultati di altri articoli, ottenuti anche con algoritmi diversi da quello esaminato durante il lavoro di tesi, in modo tale da dimostrare la validità e l'efficacia dell'algoritmo utilizzato e poi verranno illustrati altri risultati ottenuti per con caratteristiche di missione differenti.

RICHIAMI SU METODOLOGIE DI TECNICHE DI OTTIMIZZAZIONE

In questo capitolo verranno descritte e classificate le tecniche che possono essere applicate per affrontare un problema di ottimizzazione di traiettorie spaziali. Tali metodologie, impostate nella maniera corretta, possono essere applicate ad una moltitudine di casi, non solo di natura astrodinamica, e, a seconda del problema in analisi, un metodo può rivelarsi più o meno efficace.

2.1 Introduzione alle tecniche di ottimizzazione

Tre sono le scelte che vanno fatte prima di affrontare un problema di ottimizzazione, e sono scelte fondamentali ai fini dell'ottimizzazione stessa: la funzione obiettivo (o funzione di fitness), le variabili e i vincoli:

*Utilizzo di algoritmi genetici per ottimizzazioni
di trasferimenti interplanetari a bassa spinta*

- La **funzione di fitness** rappresenta l'elemento del problema che si vuole effettivamente minimizzare. Nella funzione di fitness possono essere inclusi anche i vincoli a cui è soggetto il problema in analisi perciò una sua scelta corretta risulta determinante ai fini dell'ottimizzazione. Della scelta della funzione di fitness si parlerà in dettaglio nel capitolo successivo.
- Le **variabili** determinano il valore della funzione di fitness. Possono essere scelte a seconda dei casi; per fare un esempio, nell'affrontare un problema di ottimizzazione di trasferimenti di orbite interplanetarie, le variabili possono rappresentare l'angolo di spinta, il tempo di trasferimento, la massa finale del veicolo, la massa di propellente finale del veicolo, ecc.
- I **vincoli** rappresentano le limitazioni a cui sono soggette le variabili. Ad esempio, se una variabile rappresenta il valore di un angolo, questa può essere limitata in un intervallo specifico.

Non sempre però possiamo trovare tutti questi elementi nell'affrontare un problema di ottimo. Infatti, non è detto che la funzione di fitness esista: si può benissimo lavorare su una soluzione già nota, per verificare se sono soddisfatti determinati vincoli. Al contrario, si possono avere più funzioni di fitness, nel qual caso si parla di problemi di ottimizzazione multi-obiettivo. I problemi di soluzione multi-obiettivo possono anche essere ricondotti a problemi di ottimizzazione a singola funzione di fitness. Anche le variabili e i vincoli possono non essere necessari.

I problemi di ottimizzazione si distinguono in due tipi^[8]:

- problemi di ottimizzazione locale;
- problemi di ottimizzazione globale.

Un punto x^* è detto di minimo locale se esiste un $\delta > 0$ tale che $f(x^*) \leq f(x)$ per tutti gli $x \in R^n$ che soddisfano $\|x - x^*\| < \delta$. Dunque

un punto è di minimo locale se è un punto di minimo in un intervallo definito del dominio R^n .

Un punto x^* è detto di minimo globale se esiste un $\delta > 0$ tale che $f(x^*) \leq f(x)$ per tutti gli $x \in R^n$. Dunque un punto è di minimo globale se è un punto di minimo per qualunque intervallo del dominio R^n .

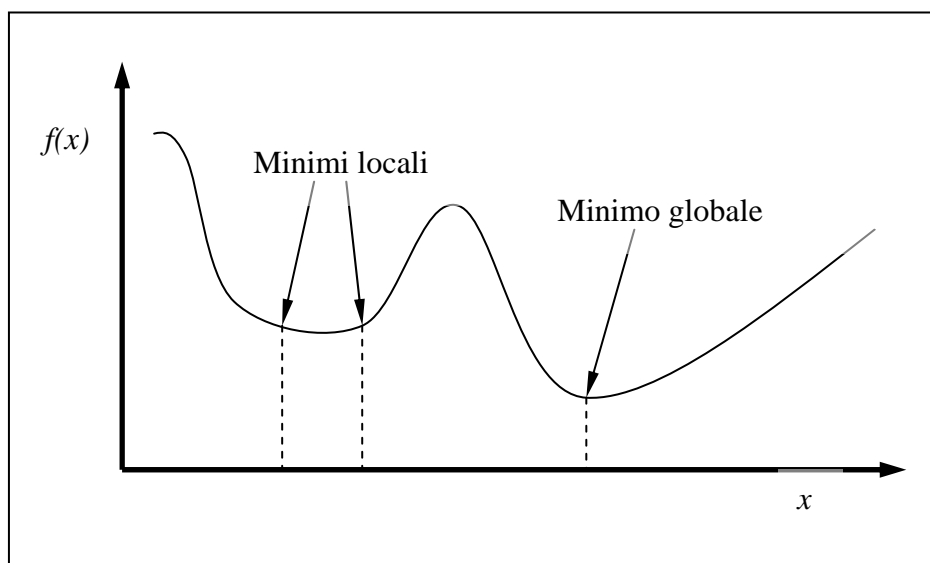


Fig. 2.1 - Esempio di minimo locale e minimo globale.

2.2 Metodi di ottimizzazione

In generale i metodi per risolvere i problemi di minimo locale sono due: i metodi indiretti e i metodi diretti. Una classificazione più complessa va fatta per i metodi di ottimizzazione globale.

2.2.1 Metodi indiretti

I metodi indiretti^{[10],[11],[12]} introducono un vettore di stato e “indirettamente” ottimizzano le variabili di controllo modificando i

valori iniziali di tale vettore di stato. Il problema è basato sul calcolo delle variazioni e, generalmente, la legge di controllo di ottimo viene formulata come un problema di valori al contorno ai due punti. Tale problema viene risolto in modo tale che le condizioni finali e i vincoli siano soddisfatti. Se viene ottenuta una soluzione al problema dei valori al contorno ai due punti, la soluzione risultante è una soluzione di ottimo per quelle determinate condizioni iniziali e per quei determinati vincoli. Trovare una soluzione, tuttavia, risulta essere spesso difficile, a causa del dominio di convergenza che per alcuni problemi tende ad essere piccolo e molto sensibile rispetto ai valori iniziali delle variabili, che non sono fisicamente intuitive. Nel caso di ottimizzazioni di traiettorie spaziali, aggiungere manovre di gravità assistita aumenta ulteriormente la sensibilità dalle variabili iniziali e diminuisce sensibilmente il dominio di convergenza. Per aggirare questi inconvenienti si usano tecniche dove la soluzione a un problema, simile a quello in analisi, è nota. Il problema in analisi viene leggermente modificato e risolto con le condizioni iniziali del problema noto. In questo modo si ottiene una soluzione di ottimo compatibile con il problema che si sta analizzando. Di solito i metodi indiretti sono difficili da implementare con programmi di ottimizzazione automatici e globali a causa dei lunghi tempi di esecuzione e della piccola regione di convergenza. Sebbene i metodi indiretti abbiano difficoltà di convergenza e scarsa robustezza, hanno come vantaggio, quello di avere una elevata precisione numerica e un basso numero di parametri.

2.2.2 Metodi diretti

Nei metodi diretti^{[10],[11],[12]}, a differenza di quelli indiretti, vi è un controllo continuo e le variabili di stato sono spesso discretizzate su determinati archi di tempo o di lunghezza. Il risultato di ciò è una tecnica di programmazione non lineare che ottimizza direttamente un determinato indice di prestazione. Nel caso di trasferimenti interplanetari, tale indice di prestazione può essere tipicamente il tempo di volo o la massa di propellente utilizzata. In base all'indice di prestazione, le variabili di controllo discrete vengono modificate e ottimizzate in modo tale da soddisfare le condizioni al contorno e i criteri di ottimizzazione. Esistono diversi metodi per discretizzare le variabili di controllo, e la scelta della strategia di discretizzazione può

influenzare in modo significativo la soluzione di ottimo finale. Il numero delle variabili di controllo nell'uso dei metodi diretti, può diventare abbastanza elevato, e proprio per questo motivo, tali tipi di problemi risultano essere limitati dalle tecniche di programmazione non lineare correnti. Poiché i metodi diretti effettuano una discretizzazione di un problema continuo e sebbene la precisione dei risultati siano sufficientemente accurati per un'analisi di disegno concettuale, la soluzione trovata viene considerata di sub-ottimo. I principali vantaggi delle tecniche che utilizzano metodi diretti sono l'elevata efficienza di calcolo e una robusta convergenza. La soluzione calcolata con i metodi diretti risulta essere meno sensibile alle condizioni iniziali rispetto a quelle calcolate con i metodi indiretti. Inoltre, tali condizioni iniziali sono risultano essere più fisicamente intuitive rispetto al caso dei metodi indiretti. La scelta della discretizzazione ai fini del calcolo della soluzione di ottimo, però, va a condizionare i tempi di calcolo. Infatti, una discretizzazione molto fine, nonostante dia una soluzione precisa, ha la conseguenza di avere tempi di calcolo significativi. Proprio per questo, sono state calcolate e provate diverse tecniche di discretizzazione, in modo tale da guidare chi vuole far uso dei metodi diretti ad una strategia ottimale per la soluzione di un determinato problema.

2.2.3 Metodi ibridi

I metodi ibridi^{[10],[12]} integrano numericamente le equazioni di Eulero-Lagrange e controllano il veicolo attraverso un vettore \mathbf{u} . Come per i metodi diretti, i metodi ibridi risolvono un problema di programmazione non lineare, ma con i moltiplicatori di Eulero-Lagrange che completano parte dei parametri del vettore mentre vengono massimizzate o minimizzate alcune funzioni peso. I metodi ibridi ricercano numericamente un set di parametri che estremizzano la funzione peso, mentre soddisfano esplicitamente solo le condizioni al contorno cinematiche.

2.2.4 Metodi di ottimizzazione globale

Gli algoritmi di ottimizzazione globale^{[10],[11],[12],[13],[14]} possono essere divisi in tre classi principali (vedi Fig. 2.2):

- **Algoritmi stocastici:** a partire da una scelta opportuna di campioni tali algoritmi sono in grado di manipolare i campioni e trovare le condizioni di minimo locale.
- **Algoritmi garantiti:** sono algoritmi deterministici in grado di garantire il calcolo di un minimo locale con accurata precisione.
- **Algoritmi con metamodelli:** sono algoritmi che sfruttano la costruzione di metamodelli (modelli semplici usati per rappresentare sistemi complessi) per ricercare una soluzione di ottimo globale^[15].

Gli algoritmi stocastici si dividono ulteriormente in altre due sottoclassi principali:

- **Algoritmi Evolutivi [Evolutionary Algorithms (EAs)]:** questi algoritmi ricercano una soluzione globale simulando il naturale processo evolutivo: gli individui migliori riescono a riprodursi e a sopravvivere alla prossima generazione facendo in modo che il valore della funzione di fitness migliori con l'avanzare delle generazioni. Tuttavia, può presentarsi la possibilità che anche individui con fitness basse possano sopravvivere e riprodursi.
- **Ricottura Simulata [Simulated Annealing (SA)]:** questi algoritmi ricercano una soluzione globale attraverso dei successivi passaggi di aggiornamento. La dimensione di questi passaggi di aggiornamento è proporzionale ad un arbitrario set di parametri. Tali parametri si comportano come se fossero una temperatura. Infatti, in analogia con la ricottura dei metalli, la temperatura viene aumentata nelle prime fasi del processo per ottimizzazioni veloci, e poi diminuita per ottenere una maggior stabilità.

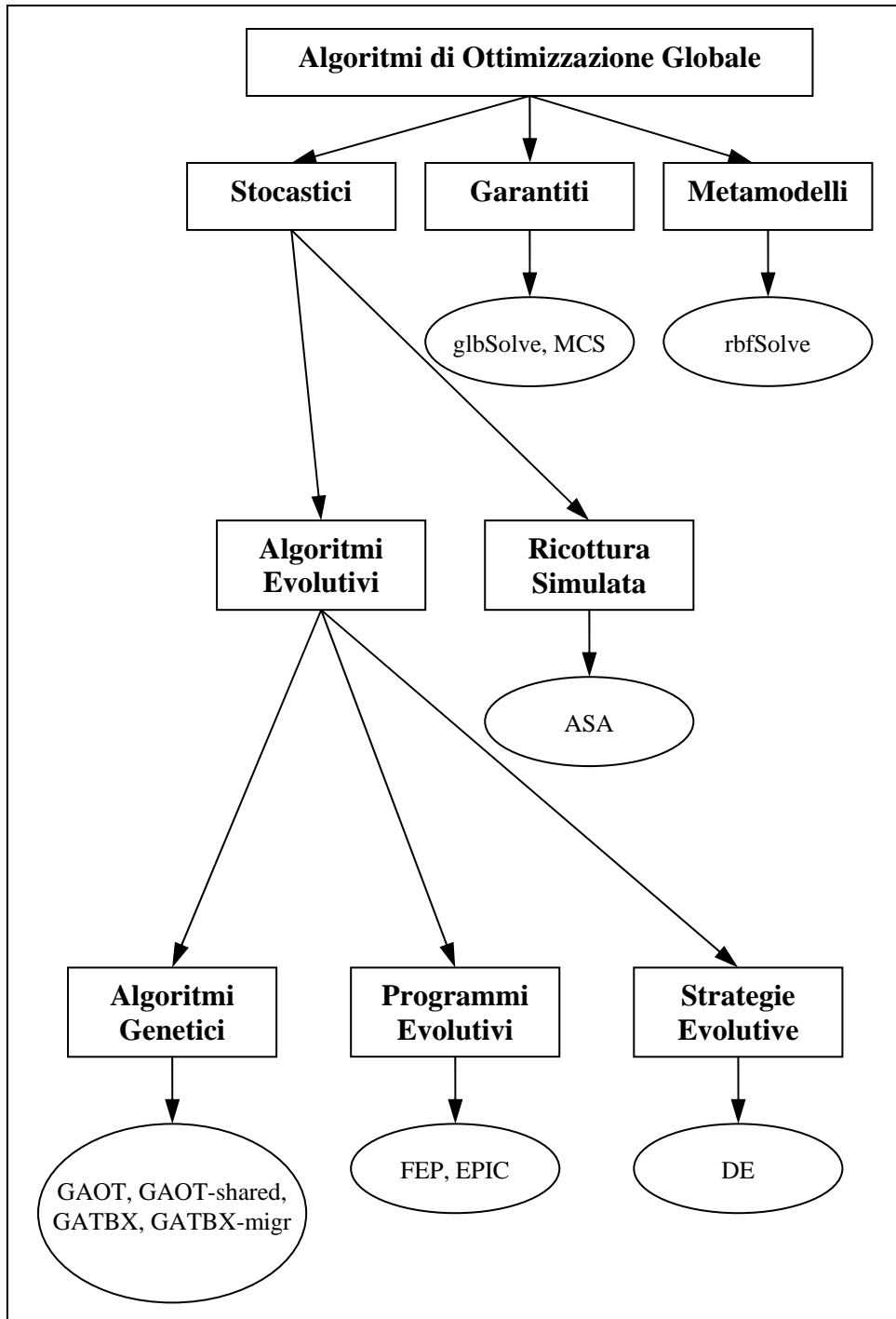


Fig. 2.2 - Classificazione degli algoritmi di ottimizzazione globale.

*Utilizzo di algoritmi genetici per ottimizzazioni
di trasferimenti interplanetari a bassa spinta*

Viene fatta una ulteriore suddivisione degli algoritmi evolutivi in tre sottoclassi:

- **Algoritmi genetici [Genetic Algorithms (GAs)]** (Fig. 2.3): questi algoritmi eseguono un'analisi approfondita dello spazio dove può esserci la soluzione di ottimo e delle aree che potrebbero contenere una ulteriore e migliore soluzione. Le popolazioni di individui vengono modificate attraverso l'utilizzo di particolari operatori genetici come la mutazione, il crossover e gli operatori di selezione (di cui si parlerà più approfonditamente nel capitolo successivo).

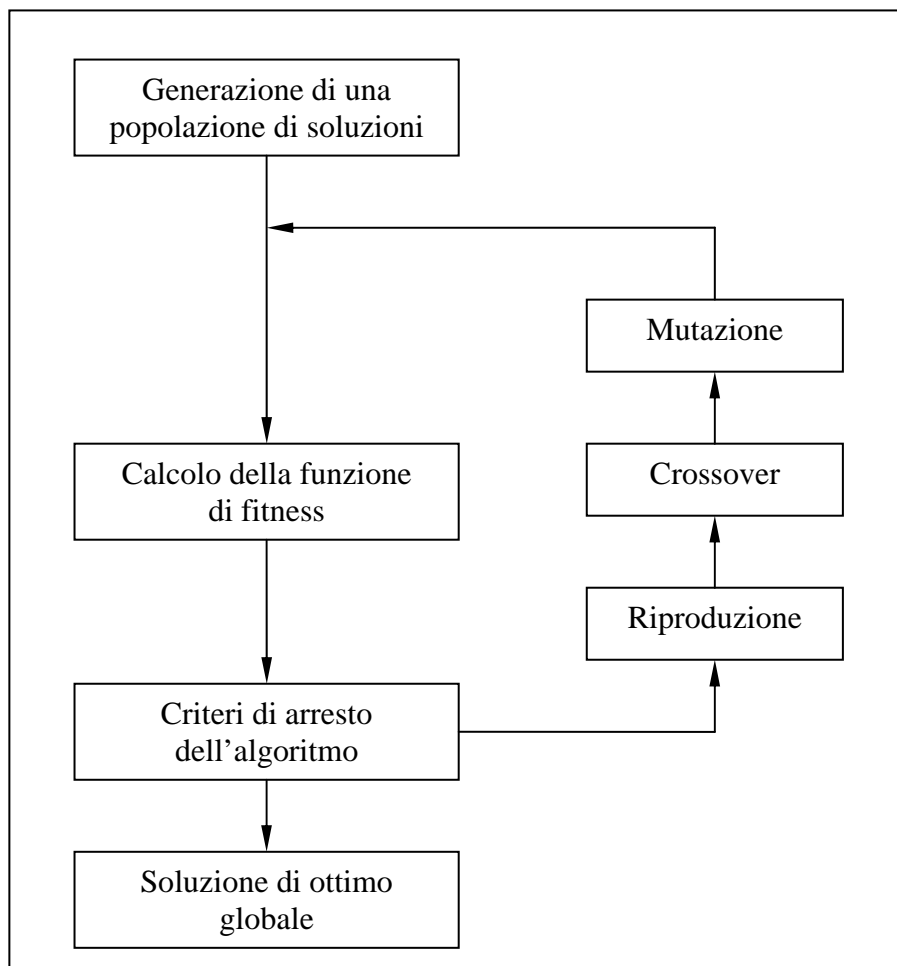


Fig. 2.3 - Schema di un algoritmo genetico.

- **Programmi Evolutivi [Evolutionary Programming (EP)]** (Fig. 2.4): la forma classica di questo tipo di algoritmi prevede l'uso di un solo operatore genetico, quello della mutazione, diversamente dai GAs, simulano la naturale evoluzione a livello fenotipico; inoltre, poiché viene coinvolto un processo di selezione, tali algoritmi sono basati su una selezione di tipo tournament (di cui si parlerà nel capitolo successivo). Tale selezione coinvolge una popolazione costituita sia dai genitori che dai figli degli individui.

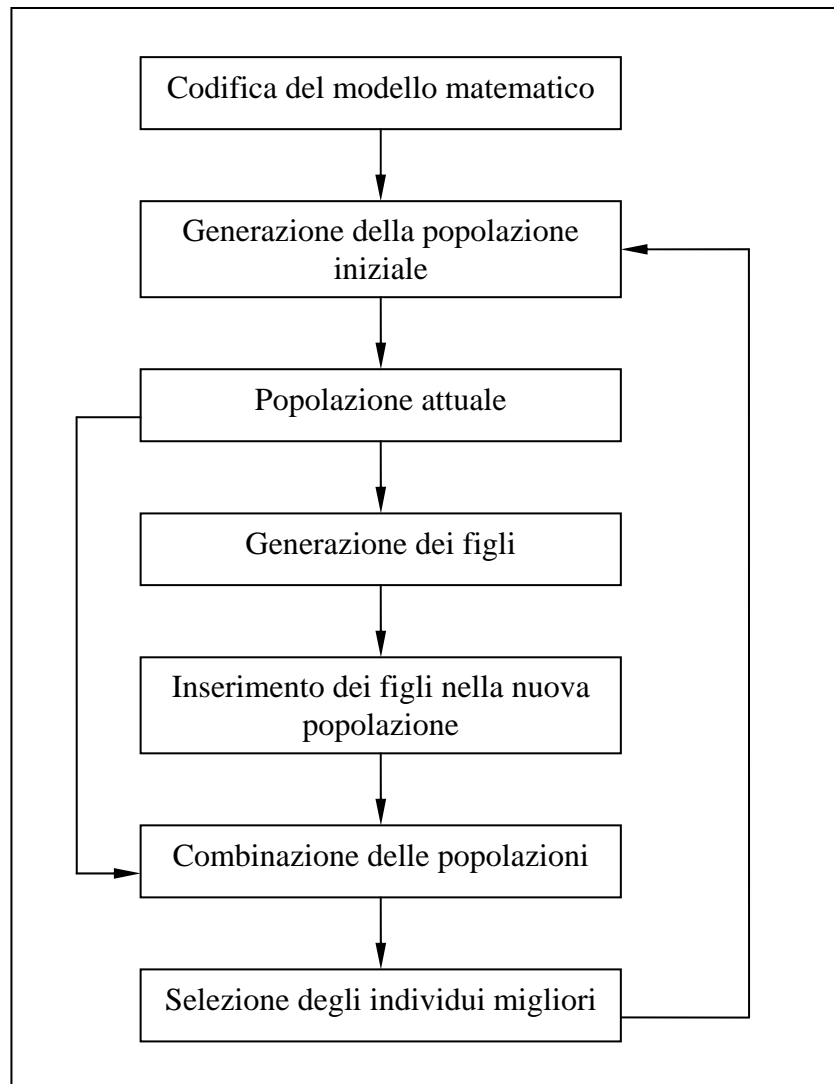


Fig. 2.4 - Schema di un EP.

*Utilizzo di algoritmi genetici per ottimizzazioni
di trasferimenti interplanetari a bassa spinta*

- *Strategie Evolutive [Evolutionary Strategies (ESs)]*: questi algoritmi sono simili agli EP in quanto simulano l'evoluzione naturale a livello fenotipico ma con la differenza che l'operatore di selezione è di tipo ricombinatorio (di cui si parlerà nel capitolo successivo).

In riferimento alla Fig. 2.2 si descrivono brevemente gli algoritmi di ottimizzazione globale:

- *Risolutori di funzioni di base radiali [Radial Basis Function Solver (rbfSolver)]* appartengono alla classe degli algoritmi con metamodelli. Gli rbfSolver sono algoritmi di ottimizzazione globale che si basano sulla generazione di superfici di risposta attraverso l'utilizzo di funzioni di base radiali. Il processo di ottimizzazione avviene in due fasi: una prima fase in cui viene provata una superficie di risposta, e una seconda fase in cui la superficie generata viene sfruttata per calcolare nuovi punti di ricerca più promettenti.
- I *Risolutori Globali [Global Solver (glbSolver)]* e i *Ricercatori di coordinate multilivello [Multilevel Coordinate Search (MCS)]* appartengono alla classe degli algoritmi garantiti. Si basano su algoritmi che combinano metodi puramente euristici e metodi in grado di garantire una soluzione di minimo globale con una precisione abbastanza accurata.
- Alla classe degli algoritmi di ricottura simulata appartiene la *Ricottura Simulata Adattativa [Adaptive Simulated Annealing (ASA)]* (Fig. 2.5): Tali algoritmi si basano sul principio della ricottura simulata per trovare una soluzione di ottimo. L'algoritmo comincia la ricerca dell'ottimo con un set casuale di valori che vanno a formare i parametri del vettore di controllo e che saranno sottoposti a un numero di iterazioni fissate in partenza. La "temperatura" di ricottura, nel frattempo, cambia. Se alla fine delle iterazioni viene raggiunto un risultato con una precisione

soddisfacente, allora la soluzione trovata risulta essere quella di ottimo.

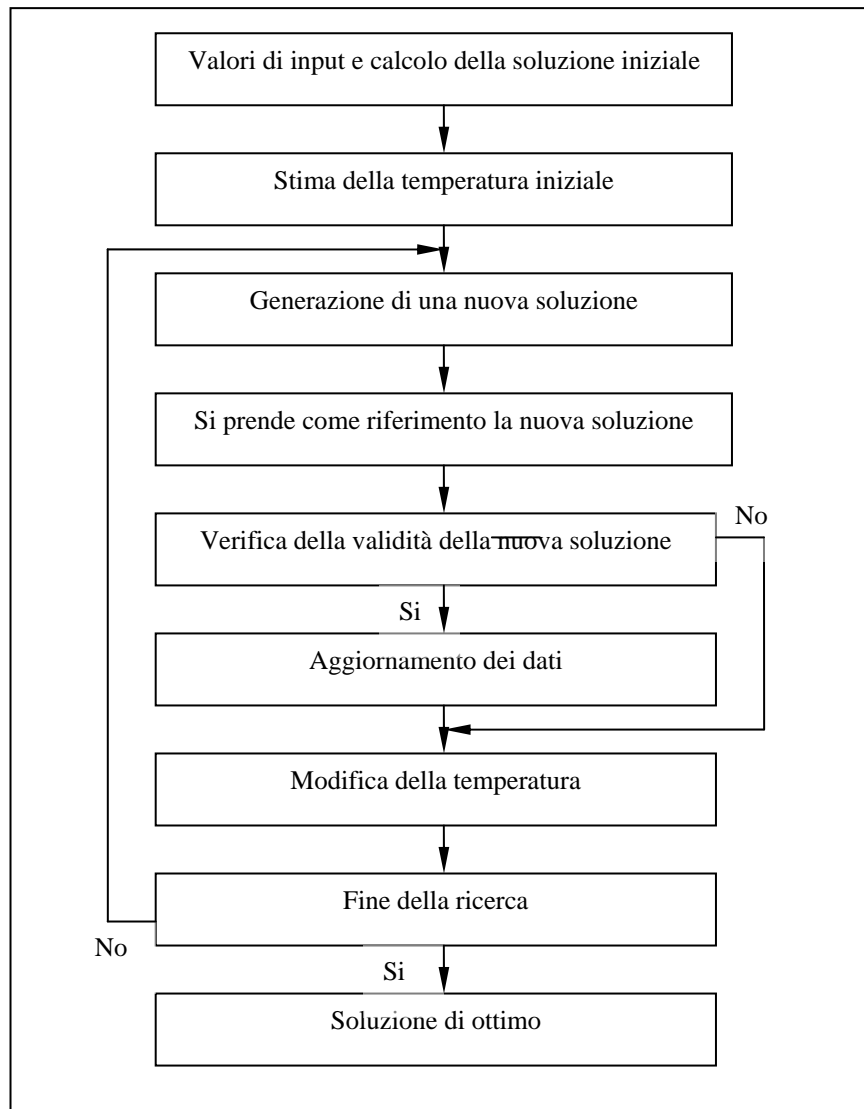


Fig. 2.5 - Schema di un SA.

*Utilizzo di algoritmi genetici per ottimizzazioni
di trasferimenti interplanetari a bassa spinta*

Se la soluzione trovata non soddisfa le condizioni necessarie affinché possa essere considerata di ottimo, l'algoritmo riparte con un nuovo set di valori per i parametri del vettore di controllo.

- *Algoritmi genetici per toolbox di ottimizzazione [Genetic Algorithms for Optimization Toolbox (GAOT)]*. Questi algoritmi manipolano il problema in esame seguendo la teoria della selezione naturale: individui formati da cromosomi determinano il valore di una funzione di fitness. Gli individui risultati migliori si riproducono attraverso operazioni genetiche finché non interviene un parametro che arresta l'iterazione.
- *GAOT con operatori condivisi [GAOT with sharing operator (GAOT-shared)]*. Questi algoritmi si comportano come i precedenti, con la particolarità che la funzione di fitness può essere modificata con l'evolversi delle generazioni. Gli algoritmi genetici classici, di solito, convergono verso un singolo punto di ottimo globale, ma a volte è richiesta l'identificazione di più punti di ottimo, sia locali che globali, e questo tipo di ricerca sono in grado di farla i GAOT-shared.
- *Il Toolbox degli algoritmi genetici [Genetic Algorithm Toolbox (GATBX)]* è simile al GAOT con la differenza che gli operatori di selezione, mutazione e crossover agiscono in maniera differente.
- *Il Toolbox degli Algoritmi Genetici con l'operatore di migrazione [Genetic Algorithm Toolbox with migration operator (GATBX-migr)]*. Funzionano come il GATBX ma, con questo algoritmo, la popolazione viene divisa in sottopopolazioni che evolvono in modo indipendente cercando una soluzione di ottimo globale.
- Alla classe dei programmi evolutivi fanno parte i *Programmi Evolutivi Veloci [Fast Evolutionary Programming (FEP)]*. L'operatore di mutazione di questo algoritmo è basato sulla generazione di numeri casuali aventi una distribuzione normale.

Però, a causa dei piccoli intervalli di convergenza in alcuni problemi di ottimizzazioni multi-obiettivo, per ovviare a questo inconveniente è stato proposto e utilizzato un operatore di mutazione basato sui numeri casuali di Cauchy.

- L'*Evoluzione Differenziale* [*Differential Evolution (DE)*], appartenente alla classe delle strategie evoluzionistiche, è un metodo euristico di risolvere problemi di minimizzazione di funzioni non lineari e non differenziabili. La linea guida dei DE è quella di generare dei vettori delle variabili del problema. I DE generano nuovi vettori aggiungendo la differenza vettoriale pesata tra due membri di una popolazione ad un terzo membro per poi confrontarli.
- Il *Calcolo della Previsione degli Intervalli Evolutivi* [*Evolutionary Predictive Interval Computation (EPIC)*] è un algoritmo ibrido basato su un approccio deterministico-stocastico in grado di risolvere problemi non lineari multivariabili vincolati o non vincolati. Lo spazio delle soluzioni viene esplorato globalmente e localmente seguendo una strategia di tipo evoluzionistica. Tale spazio viene successivamente suddiviso in sottodomini e per ogni sottodominio viene eseguita una nuova ricerca. Il processo continua finché non viene trovato un numero sufficiente di valori di ottimo dai quali si estrae una eventuale soluzione di ottimo globale. La ricerca viene effettuata da un determinato numero di esploratori e ad ognuno di essi è associata una soluzione. Ogni esploratore può comunicare con gli altri in modo tale da far evolvere la popolazione verso una soluzione migliore.

2.2.5 Altre tecniche di ottimizzazione globale: neurocontrollori evolutivi e ottimizzazioni Pareto

Un'altra tecnica di ottimizzazione globale che è stata recentemente applicata per in ambito spaziale sono è la tecnica dei *Neurocontrollori Evolutivi* o *Evolutionary Neurocontroller (ENC)*^{[12],[16]} che utilizzano le reti neurali insieme agli algoritmi evolutivi. Le reti neurali lavorano

*Utilizzo di algoritmi genetici per ottimizzazioni
di trasferimenti interplanetari a bassa spinta*

ispirandosi al sistema nervoso degli animali, i quali imparano dall'esperienza. Le reti neurali sono composte da elementi chiamati neuroni che sono organizzati secondo un determinato schema (vedi Fig. 2.5). Le reti neurali dipendono dalla funzione usata per i neuroni, e possono essere considerate come una funzione continua discretizzata in grado di mappare semplicemente un set di input in un set di output. Se esistono dei valori di output per un dato set di valori di input, può essere misurato un errore di rete che può essere utilizzato per migliorare la funzione di rete. Se tale set di output non esiste, allora l'algoritmo dovrà imparare a trovare delle condizioni migliori attraverso le interazioni con l'ambiente circostante.

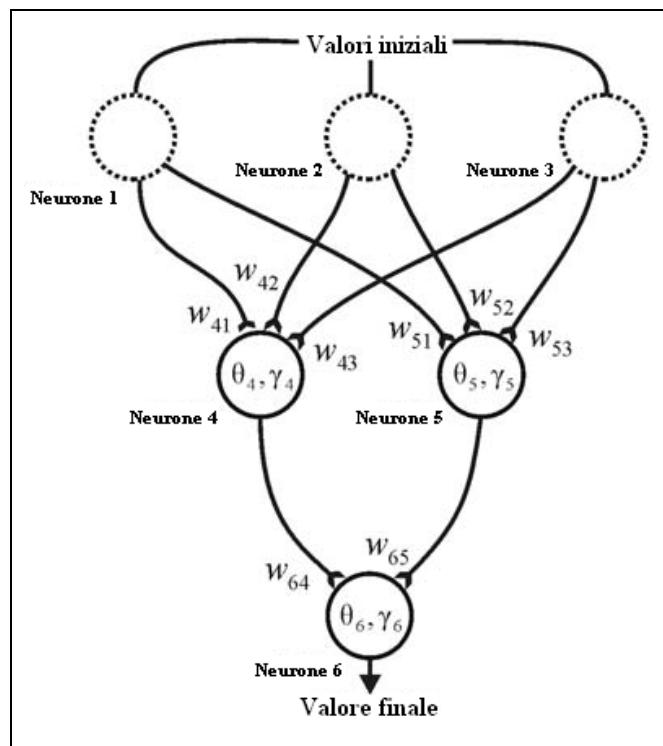


Fig. 2.6 - Schema di una rete neurale.

Quando gli algoritmi genetici e le reti neurali vengono utilizzati insieme, allora è l'algoritmo genetico che calcola la funzione di rete migliore per il neuro controllore.

Per un'ottimizzazione *Pareto*^{[10],[17]}, l'algoritmo genetico maneggia direttamente più funzioni obiettivo utilizzando i concetti di dominanza e non dominanza per allineare la popolazione composta dalle varie soluzioni. Quando due soluzioni vengono confrontate, una soluzione viene definita dominata se è inferiore all'altra soluzione in tutti gli obiettivi, mentre l'altra soluzione è definita non-dominata. L'insieme delle soluzioni ottimali, ossia quelle non-dominate vanno a costituire quella che viene denominata frontiera di Pareto. Alla frontiera di Pareto viene assegnata il miglior valore di fitness. La ricerca continua con le soluzioni dominate in modo tale da trovare un'altra frontiera di Pareto assegnandogli un valore di fitness leggermente inferiore. L'algoritmo successivamente esplora la frontiera di Pareto in modo tale da ricercare una soluzione di minimo globale. Con il metodo di ottimizzazione Pareto non c'è bisogno di prestare attenzione alla scelta di eventuali pesi poiché se abbiamo un problema multiobiettivo, questo non viene ridotto a ottimizzare una singola funzione in cui sono presenti tutti i vincoli.

*Utilizzo di algoritmi genetici per ottimizzazioni
di trasferimenti interplanetari a bassa spinta*

3

INTRODUZIONE AGLI ALGORITMI GENETICI

In questo capitolo verranno descritti gli algoritmi genetici, cosa sono e come lavorano, quali sono gli operatori genetici e come può essere scelta la funzione di fitness che permette agli individui di una popolazione di sopravvivere e riprodursi convergendo verso la regione di minimo globale.

3.1 Cosa sono e come lavorano gli algoritmi genetici

“Poiché nascono molti individui di ogni specie, questi devono avere la capacità di sopravvivere. A causa di questa lotta continua per la sopravvivenza, se ogni essere vivente riesce a modificarsi in qualunque modo e in maniera vantaggiosa per se, adattandosi alle diverse condizioni di vita, avrà una possibilità in più di sopravvivere, e dunque, sarà selezionato naturalmente. Ogni individuo è in grado di trasmettere ai discendenti la sua nuova forma modificata”, (Charles Darwin).

*Utilizzo di algoritmi genetici per ottimizzazioni
di trasferimenti interplanetari a bassa spinta*

Nel 1859 Charles Darwin dopo anni di studi il giro per il mondo pubblicò “L’origine della specie attraverso la selezione naturale”. Secondo la teoria darwiniana, solo i pochi individui che riescono a imporsi nella lotta quotidiana per ottenere cibo, acqua, terra, al fine di riprodursi e far sopravvivere la propria specie.

In analogia a queste teorie biologiche formulate da Darwin, sono stati sviluppati degli algoritmi di ottimizzazione in grado di risolvere numerose classi di problemi. La maggior parte di questi problemi sono problemi per i quali spesso risulta difficile trovare un algoritmo che riesca a calcolare una soluzione di ottimo. Se la soluzione di un problema di ottimo va ricercata in un dominio limitato, i metodi classici si dimostrano dei validi strumenti, ma per soluzioni che vanno ricercate in un ampio dominio, le tecniche di intelligenza artificiale si rivelano molto più efficaci. Gli algoritmi genetici sono algoritmi stocastici che simulano quello che la natura fa ogni giorno. Consideriamo l’esempio di alcuni conigli: in un determinato istante esiste una determinata popolazione di conigli. Alcuni di loro sono più piccoli e più veloci di altri. Questi conigli più piccoli e veloci, molto probabilmente, hanno meno probabilità di essere catturati e mangiati dalle volpi, e dunque, hanno più possibilità di sopravvivere e accoppiarsi con altri conigli. Ovviamente ci sono anche dei conigli lenti che, con un pò di fortuna, riescono a sopravvivere, e anche loro continuano a riprodursi. Ci saranno, dunque, accoppiamenti tra conigli lenti e conigli veloci, tra conigli veloci e conigli veloci, tra conigli piccoli e conigli grandi e così via. I conigli che nasceranno, però, saranno per lo più piccoli e veloci, poiché i genitori sopravvissuti alle volpi, sono per la maggior parte piccoli e veloci. Un algoritmo genetico segue esattamente la stessa procedura dell’esempio dei conigli.

Gli algoritmi genetici usano un vocabolario ricco di termini di natura biologica^{[18],[19]}. Si parla di *individui* (o *genotipi*, *strutture*) di una popolazione. Spesso gli individui sono anche chiamati *stringhe* o *cromosomi*. Questo potrebbe indurre anche in errore: ogni organismo è portatore di un certo numero di cromosomi (l’uomo per esempio ne ha 46), ma quando si parla di algoritmi genetici, un individuo ha un solo cromosoma. Gli individui, a loro volta, sono costituiti da un certo numero di unità, chiamate *geni* (o anche *caratteri*, *decodificatori*) disposti secondo una successione lineare. Ogni gene è in grado di condizionare il comportamento di uno o più individui. I geni di un certo

individuo sono disposti in determinate posizioni chiamate *posizioni di stringa*.

Dunque, ogni individuo rappresenta una potenziale soluzione del problema. L'algoritmo comincia la ricerca a partire da una popolazione iniziale di individui. Tale ricerca ha uno scopo duale: calcolare la soluzione migliore ed esplorare lo spazio delle potenziali soluzioni. Questa è una caratteristica che distingue gli algoritmi genetici. Il Metodo del Gradiente, ad esempio, è un metodo che calcola la miglior soluzione orientando la ricerca solo in una possibile direzione, senza esplorare in dettaglio lo spazio delle altre possibili soluzioni. La Ricerca Casuale, invece, è un tipico esempio di strategia che esplora lo spazio delle possibili soluzioni ma non si sofferma sulle regioni che rappresentano le zone di soluzione di ottimo. Gli algoritmi genetici, invece, sono in grado di bilanciare bene questi due aspetti: esplorazione e calcolo del dominio delle soluzioni.

La struttura base di un algoritmo genetico è la stessa di un programma evolutivo (Fig. 3.1):

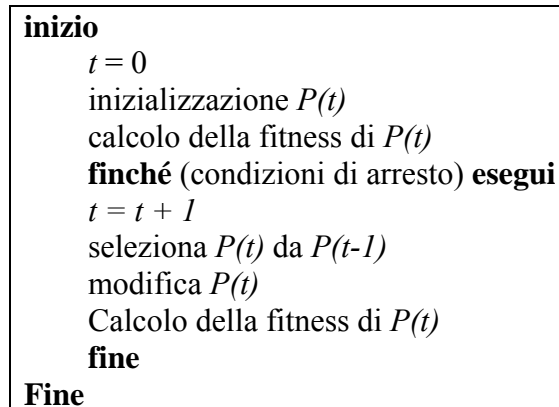


Fig. 3.1 - Struttura di un algoritmo genetico.

Durante una generazione t , l'algoritmo conserva una popolazione di potenziali soluzioni $P(t) = \{x_1^t, \dots, x_n^t\}$. Ad ogni individuo x_i^t viene

*Utilizzo di algoritmi genetici per ottimizzazioni
di trasferimenti interplanetari a bassa spinta*

assegnato un valore di *fitness*, cioè, un valore in grado di misurare la sua bontà e, successivamente, dal calcolo degli individui migliori e attraverso degli operatori genetici quali il crossover, la mutazione, ecc., viene creata una nuova popolazione $P(t+1)$.

Un algoritmo genetico, per essere ritenuto tale, deve avere le seguenti componenti:

- una rappresentazione genetica delle potenziali soluzioni al problema;
- la possibilità di creare una popolazione iniziale di possibili soluzioni;
- una funzione di valutazione, chiamata anche *funzione di fitness*, che, come vedremo successivamente si rivela determinante ai fini dello studio di un problema;
- gli operatori genetici per la creazione dei figli e quindi di successive generazioni;
- parametri, quali la grandezza della popolazione o parametri che permettono l'applicazione degli operatori genetici in modi diversi.

3.2 Basi teoriche degli algoritmi genetici

Gli algoritmi genetici furono sviluppati per la prima volta da John Holland e dai suoi collaboratori dell'università del Michigan e a lui si devono la formulazione di alcune teorie che ne spiegano il funzionamento. Di particolare importanza risultano il “teorema degli schemi” e l’ “ipotesi dei blocchi costitutivi”.

Le basi teoriche degli algoritmi genetici sono state formulate sulla base di rappresentazioni in stringhe binarie e sul concetto di *schema*. Introduciamo il simbolo * nell'alfabeto dei geni, perciò, per una rappresentazione binaria, l'alfabeto genetico è costituito dai simboli {0,1,*}. Uno schema è una stringa in cui tutte le posizioni diverse da quelle occupate dal simbolo * risultano uguali. Per esempio, consideriamo una stringa di 10 bit o geni: lo schema (*111100100) può rappresentare le due stringhe

(0111100100)
(1111100100)

mentre lo schema (*1*1100100) può rappresentare le quattro stringhe

(0101100100)
(0111100100)
(1101100100)
(1111100100)

Risulta chiaro da questo esempio che lo schema (1001110001) rappresenta solo una stringa, mentre lo schema (******) rappresenta tutte le stringhe che contengono 10 bit. Ogni schema, dunque, rappresenta 2^m stringhe, dove m è il numero dei simboli * che compaiono all'interno della stringa. Se abbiamo una popolazione di n individui, allora tale popolazione può essere rappresentata $n \cdot 2^m$ stringhe. Appare evidente che un algoritmo genetico che manipola una popolazione di poche centinaia di stringhe, si ritrova a manipolare un numero di campioni molto più grande. Dunque, quando un algoritmo genetico elabora una stringa, vuol dire che elabora implicitamente più schemi. Tale proprietà fu chiamata da Holland *parallelismo implicito*. Il parallelismo implicito non richiede nessuna incremento di memoria di calcolo.

Ci sono due importanti proprietà di uno schema: l'*ordine* e la *lunghezza*. L'ordine di uno schema S , definito con la notazione $o(S)$, indica il numero di 0 e di 1 presenti in uno schema. La lunghezza di uno schema S , definita con la notazione $\delta(S)$, indica la distanza tra il primo bit fissato, e l'ultimo bit fissato in una stringa e può essere calcolata come la differenza fra.... Consideriamo gli schemi:

$$\begin{aligned} S_1 &= (**001*110) \\ S_2 &= (****00**0*) \\ S_3 &= (11101**001) \end{aligned}$$

L'ordine degli schemi è: $o(S_1)=6$, $o(S_2)=3$, $o(S_3)=8$.

La lunghezza degli schemi è: $\delta(S_1)=10-4=6$, $\delta(S_2)=9-5=4$, $\delta(S_3)=10-1=9$.

L'ordine di uno schema è utile per calcolare la probabilità di sopravvivenza dello schema all'operatore delle mutazioni mentre la lunghezza è utile per calcolare la probabilità di sopravvivenza all'operatore del crossover. Pertanto, l'introduzione degli schemi consente di analizzare qualitativamente l'effetto della riproduzione e degli operatori genetici su una popolazione.

Supponiamo che ci siano ξ stringhe $\{v_1, \dots, v_n\}$ in una popolazione ad un istante t rappresentate da uno schema S . Indichiamo con $eval(v_i)$ il valore della fitness di un individuo. Tale individuo ha una probabilità

$$p_i = \frac{eval(v_i)}{F(t)} \text{ di essere selezionato, con } F(t) = \sum_{i=1}^m v_i \text{ dove } m =$$

dimensione della popolazione. Dopo questo primo passo, ci si aspetta che le stringhe rappresentate dallo schema S siano:

$$\xi(S, t+1) = \xi(S, t) \cdot m \cdot \frac{eval(S, t)}{F(t)} \quad (3.1)$$

Introducendo un valore di fitness medio della popolazione $\overline{F(t)} = \frac{F(t)}{m}$

l'equazione (3.1) si può scrivere come:

$$\xi(S, t+1) = \xi(S, t) \cdot \frac{eval(S, t)}{\overline{F(t)}} \quad (3.2)$$

L'equazione (3.2), chiamata anche equazione di accrescimento di riproduzione di uno schema, dice semplicemente che il numero di stringhe in una popolazione cresce come il rapporto tra la fitness di uno schema e la fitness media della popolazione. Questo significa che uno schema con un adattamento superiore alla media della popolazione, riceve un numero crescente di stringhe alla prossima generazione. Viceversa, uno schema con un adattamento inferiore alla media della popolazione, riceve un numero decrescente di stringhe alla prossima generazione. L'effetto a lungo termine dell'equazione precedente appare evidente: assumiamo che lo schema S abbia un adattamento superiore alla media di un ε %, allora

$$\xi(S, t) = \xi(S, 0) \cdot (1 + \varepsilon)^t \quad (3.3)$$

$$\text{con } \varepsilon = \frac{eval(S,t) - \overline{F(t)}}{\overline{F(t)}}.$$

Quindi, si può osservare che uno schema con adattamento superiore alla media della popolazione non solo riceve un numero crescente di stringhe, ma ne riceve un numero crescente in maniera esponenziale.

L'equazione di riproduzione di uno schema, però, da sola non è in grado di introdurre nuovi individui e quindi nuove potenziali soluzioni. Infatti, la selezione copia soltanto nuove stringhe per formare una popolazione intermedia. Le nuove potenziali soluzioni vengono create da due operatori: il crossover e la mutazione.

Consideriamo prima l'operatore di crossover, che crea un figlio prendendo parte del patrimonio genetico di due individui. Assumiamo che la lunghezza di una stringa sia δ e che il numero di bit contenuti in una stringa sia l . La probabilità di distruzione di uno schema è:

$$p_d(S) = \frac{\delta(S)}{l-1} \quad (3.4)$$

Di conseguenza, la probabilità di uno schema di sopravvivere risulta:

$$p_s(S) = 1 - \frac{\delta(S)}{l-1} \quad (3.5)$$

È importante osservare che solo ad alcuni individui viene applicato l'operatore di crossover, e indicando con p_c la probabilità che questo venga applicato, si ottiene:

$$p_s(S) = 1 - p_c \cdot \frac{\delta(S)}{l-1} \quad (3.6)$$

Tale formula viene però modificata perché se il crossover viene effettuato tra posizioni di bit fisse di uno schema, c'è ancora la possibilità che tale schema sopravviva. Perciò:

$$p_s(S) \geq 1 - p_c \cdot \frac{\delta(S)}{l-1} \quad (3.7)$$

*Utilizzo di algoritmi genetici per ottimizzazioni
di trasferimenti interplanetari a bassa spinta*

L'effetto combinato di riproduzione e crossover modifica l'equazione di accrescimento di riproduzione di uno schema nel seguente modo:

$$\xi(S, t+1) \geq \xi(S, t) \cdot \frac{eval(S, t)}{F(t)} \cdot \left[1 - p_c \cdot \frac{\delta(S)}{l-1} \right] \quad (3.8)$$

Consideriamo ora l'operatore di mutazione che cambia le posizioni dei bit di un individuo con una probabilità p_m . La probabilità di sopravvivenza di uno schema all'operatore di mutazione è:

$$p_s(S) = (1 - p_m)^{o(S)} \quad (3.9)$$

Poiché la probabilità di mutazione è piccola, la formula (3.9) può essere approssimata come:

$$p_s(S) \approx 1 - o(S) \cdot p_m \quad (3.10)$$

L'effetto combinato di selezione, crossover e mutazione modifica l'equazione di accrescimento di riproduzione di uno schema nel seguente modo:

$$\xi(S, t+1) \geq \xi(S, t) \cdot \frac{eval(S, t)}{F(t)} \cdot \left[1 - p_c \cdot \frac{\delta(S)}{l-1} - o(S) \cdot p_m \right] \quad (3.11)$$

Riassumendo, l'equazione (3.11) appena scritta, dimostra che l'effetto combinato di selezione, crossover e riproduzione non apporta modifiche significative allo schema se lo schema è di breve lunghezza e di basso ordine.

Ciò porta alla formulazione del teorema degli schemi:

“Schemi di breve lunghezza, di basso ordine e con adattamento superiore alla media ricevono nuove soluzioni in modo esponenziale crescente nelle successive generazioni di un algoritmo genetico”.

Un risultato immediato di questo teorema è rappresentato dall'ipotesi dei blocchi costitutivi. Tale ipotesi asserisce che l'algoritmo genetico esplora lo spazio delle soluzioni attraverso schemi di breve lunghezza e

di basso ordine che, successivamente, sono usati per lo scambio di informazioni attraverso il crossover.

Ipotesi dei blocchi costitutivi. *“Un algoritmo genetico ricerca soluzioni vicine alla condizione di ottimo attraverso la giustapposizione di schemi breve lunghezza, di basso ordine e di prestazioni elevate chiamate blocchi costitutivi”.*

La codifica binaria utilizzata da Holland all'inizio dei suoi studi è importante non solo da un punto di vista storico, ma anche perché i risultati teorici più rilevanti sono stati ottenuti con modelli basati su di essa. Un altro tipo di codifica utilizzata oltre a quella binaria, è quella basata sui numeri reali, in cui i bit delle stringhe non sono più costituiti dai simboli $\{0,1\}$ ma da numeri reali.

3.3 Operatori genetici

Gli operatori genetici sono operatori che permettono di scegliere, modificare, o selezionare la struttura o parti della struttura di un individuo. Di seguito si descrivono gli operatori utilizzati nel presente lavoro.

3.3.1 Selezione

L'operatore di selezione, specifica quali genitori deve scegliere l'algoritmo genetico per creare la prossima generazione. Agli individui scelti vengono poi applicati gli altri operatori quali il crossover, la mutazione, ecc. La scelta degli individui può essere fatta in diversi modi:

- **Selezione stocastica uniforme.** Con questo tipo di selezione è come se venisse tracciata una linea sulla quale ad ogni genitore corrisponde una sezione di lunghezza della linea proporzionale al valore del genitore. L'algoritmo si muove sulla linea con passi di uguale lunghezza e, ad ogni passo, individua un genitore, a seconda della sezione su cui si trova.

*Utilizzo di algoritmi genetici per ottimizzazioni
di trasferimenti interplanetari a bassa spinta*

- **Selezione residua.** La selezione residua sceglie i genitori in maniera deterministica in base alla parte intera del valore di un individuo e poi usa la selezione roulette sulla rimanente parte decimale.
- **Selezione uniforme.** La selezione uniforme sceglie i genitori utilizzando le aspettative e il numero dei genitori. Tale selezione è utile per effettuare delle prove, ma non è una vera e propria strategia di ricerca.
- **Selezione roulette.** La selezione roulette sceglie i genitori simulando una ruota della roulette. Una sezione sulla ruota corrisponde ad un individuo e l'area della sezione è proporzionale all'aspettativa dell'individuo. L'algoritmo utilizza un numero casuale per selezionare una delle sezioni con una probabilità uguale alla sua area.
- **Selezione tournament.** La selezione di tipo tournament sceglie ogni genitore confrontando due o più individui tra di loro. Il miglior individuo scelto, ad esempio, confrontando quattro concorrenti, sarà uno dei genitori per la generazione successiva.

3.3.2 Opzioni di riproduzione: elitismo e crossover

Le opzioni di riproduzione specificano come l'algoritmo genetico crea i figli per la prossima generazione:

- **Elitismo.** Questa opzione specifica il numero di individui a cui viene garantita la sopravvivenza alla prossima generazione.
- **Crossover.** Il crossover combina i geni di due individui per creare un figlio. In questo modo i figli conterranno le informazioni genetiche di entrambi i genitori (Fig. 3.2).

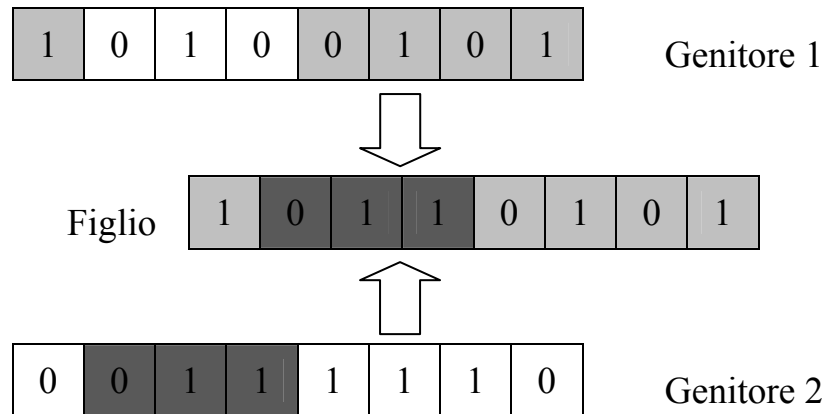


Fig. 3.2 - Schema di funzionamento dell'operatore di crossover.

Esistono diversi metodi per con cui viene applicato l'operatore di crossover:

- **Crossover sparpagliato:** oltre ai due individui viene creato un terzo individuo i cui geni sono codificati in forma binaria e sono scelti casualmente. Per creare il figlio, vengono presi gli elementi di un genitore corrispondenti al valore di 1 del terzo vettore creato, mentre dell'altro genitore vengono presi i geni corrispondenti alle posizioni in cui nel terzo vettore compaiono gli 0. Per esempio, consideriamo due individui

$$\begin{aligned} \text{Individuo 1} &= [a \ b \ c \ d \ e \ f \ g \ h] \\ \text{Individuo 2} &= [1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6 \ 7 \ 8] \end{aligned}$$

Viene creato un terzo individuo i cui geni sono $[1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0]$. Il figlio sarà:

$$\text{Figlio} = [a \ b \ 3 \ 4 \ e \ 6 \ 7 \ 8]$$

- **Crossover a taglio singolo:** viene scelto un numero intero n compreso tra 1 e il numero di geni che compongono

l'individuo, vengono presi gli elementi dell'individuo 1 che si trovano nelle posizioni inferiori di n , vengono presi gli elementi dell'individuo 2 che si trovano nelle posizioni maggiori di n e vengono combinati per formare il figlio. Consideriamo gli individui dell'esempio precedente ed $n = 3$. Il figlio è:

$$\text{Figlio} = [a \ b \ c \ 3 \ 4 \ 5 \ 6 \ 7 \ 8]$$

- **Crossover a taglio multiplo**: è simile al crossover a taglio singolo, ma in questo caso vengono scelti due numeri. Il primo numero m compreso tra 1 e il numero di geni che compongono l'individuo, e il secondo numero n compreso tra $m+1$ e il numero di geni che compongono l'individuo. Consideriamo $m=3$ e $n=6$, e prendendo ancora una volta come riferimento l'esempio del crossover sparso, il figlio è:

$$\text{Figlio} = [a \ b \ c \ 3 \ 4 \ 5 \ 6 \ g \ h]$$

- **Crossover intermedio**: i figli vengono generati prendendo una media pesata dei genitori.
- **Crossover euristico**: i genitori vengono posti su di una linea. Il figlio che giace anch'esso sulla linea viene posto ad una distanza piccola da un genitore se il genitore ha un valore di fitness alto, mentre la distanza è grande se la fitness del genitore è bassa.
- **Crossover aritmetico**: i figli vengono creati eseguendo la media aritmetica pesata dei genitori.

3.3.3 Mutazione

La mutazione specifica come l'algoritmo genetico opera dei piccoli cambiamenti negli individui della popolazione (Fig. 3.3). Anche in questo caso è possibile eseguire le mutazioni in vari modi:

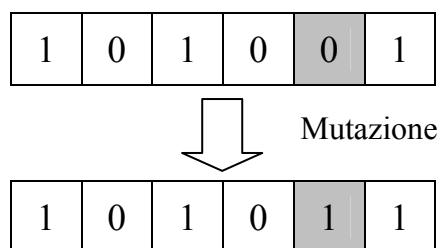


Fig 3.3 - Schema di funzionamento dell'operatore di mutazione.

- **Mutazione gaussiana.** La mutazione gaussiana somma o sottrae ai geni di un individuo un numero casuale estrapolato da una distribuzione di tipo gaussiana (Fig. 3.4). Se consideriamo un individuo ξ formato n geni, questo muterà secondo la relazione

$$\vec{\xi} = [v_1 + \alpha_1, \dots, v_n + \alpha_k]$$

dove $\alpha, k = 1, \dots, N$, è un numero estrapolato da una distribuzione gaussiana.

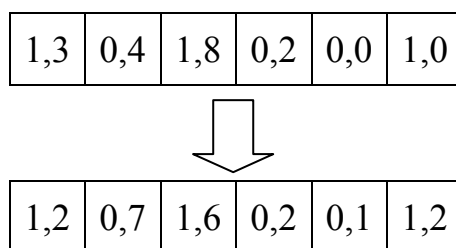


Fig 3.4 - Schema di funzionamento dell'operatore di mutazione gaussiana.

- **Mutazione uniforme.** La mutazione uniforme avviene in due fasi: nella prima fase l'algoritmo seleziona una parte i geni di un individuo che hanno una certa probabilità di essere mutati. In una seconda fase l'algoritmo sostituisce ogni gene selezionato con un gene casuale.

- **Mutazione adattativa.** Con questo tipo di mutazione vengono generate delle direzioni verso cui può avvenire il cambiamento, il tutto nel rispetto dei vincoli che sono imposti ai geni.

3.3.4 Migrazione

La migrazione indica quanti individui si muovono tra le subpopolazioni. Può essere effettuata una migrazione verso una direzione ben precisa, cioè verso l'ultima subpopolazione, verso la prima subpopolazione o verso entrambe le direzioni. Può essere specificato anche l'intervallo che può intercorrere tra una migrazione e l'altra, e anche il numero di individui che partecipano al processo di migrazione.

3.4 La funzione di fitness

La scelta della funzione di fitness in un processo di ottimizzazione mediante algoritmi genetici si rivela determinante ai fini della ricerca di una soluzione. Un problema generale di ottimizzazione può essere formulato come:

minimizzazione di \vec{x} che ottimizza $f(\vec{x})$

soggetto $g_i(\vec{x}) \leq 0$ con $i = 1, \dots, n$

$h_j(\vec{x}) = 0$ con $j = 1, \dots, p$.

dove \vec{x} è il vettore delle soluzioni $\vec{x} = [x_1, \dots, x_n]$, $g_i(\vec{x})$ rappresenta i vincoli di disuguaglianza, $h_j(\vec{x})$ rappresenta i vincoli di uguaglianza, n è il numero dei vincoli di disuguaglianza, e p è il numero dei vincoli di uguaglianza.

Appare subito evidente la difficoltà della scelta della funzione di fitness dovuta alla presenza dei vincoli. Uno dei metodi più comuni di affrontare problemi di ottimizzazione vincolata è l'uso delle funzioni di penalizzazione. Le funzioni di penalizzazione sono funzioni che contengono sia l'elemento effettivo che si vuole minimizzare, sia i vincoli. La formula generale di una funzione di penalizzazione è:

$$\phi(\vec{x}) = f(\vec{x}) \pm \left[\sum_{i=1}^n r_i \times G_i + \sum_{j=1}^p c_j \times L_j \right] \quad (3.12)$$

dove $\phi(\vec{x})$ è la funzione obiettivo che bisogna minimizzare, G_i e L_j sono le funzioni dei vincoli $g_i(\vec{x})$ e $h_j(\vec{x})$ rispettivamente e r_i e c_j sono costanti positive che di solito vengono chiamate fattori di penalizzazione.

La forma più comune di scrivere G_i e L_j è:

$$G_i = \max[0, g_i(\vec{x})]^\beta$$

$$L_j = |h_j(\vec{x})|^\gamma$$

con β e γ che di solito sono 1 e 2.

Il valore dei pesi dovrebbe essere preso più basso possibile, appena sopra il limite oltre il quale le soluzioni di ottimo non sono fattibili. Questo è dovuto al fatto che se i pesi sono troppo alti o troppo bassi, la soluzione al problema può rivelarsi molto difficile. Infatti, se i pesi sono troppo alti e la soluzione di ottimo si trova al confine della regione delle soluzioni fattibili, l'algoritmo verrà spinto molto velocemente a ricercare l'ottimo nella regione delle soluzioni fattibili e non sarà più in grado di tornare verso il confine delle soluzioni non-fattibili. Appare evidente, dunque, che grandi valori dei pesi, penalizzano l'esplorazione dello spazio delle soluzioni non-fattibili. Se, per esempio, ci sono delle zone di soluzioni fattibili separate, discontinue e i pesi sono elevati, l'algoritmo tenderà a muoversi solo verso una determinata zona, e non sarà in grado di cercare altre soluzioni in altre zone di soluzioni fattibili. Viceversa, se i valori dei pesi sono troppo bassi, la maggior parte del tempo sarà impiegato per esplorare zone di soluzioni non fattibili proprio perché il peso risulta trascurabile rispetto all'obiettivo della funzione. Il concetto della regola del peso minimo appena enunciata è un concetto semplice ma di difficile applicazione. Il motivo è dovuto al fatto che il confine tra la zona delle soluzioni fattibili e la zona delle soluzioni non-fattibili non è noto. È noto che la relazione tra un individuo non-fattibile e una regione fattibile dello spazio di ricerca gioca un ruolo determinante nella penalizzazione di un determinato individuo.

Utilizzo di algoritmi genetici per ottimizzazioni di trasferimenti interplanetari a bassa spinta

Per definire una relazione tra un individuo non fattibile e la regione fattibile dello spazio delle soluzioni si deve tener presente che un individuo deve essere penalizzato appena diventa non-fattibile rispetto alla violazione del vincolo e, il valore da assegnare al peso deve essere determinato a seconda della violazione di tale vincolo.

Sono state elaborate diverse strategie per definire la funzione di fitness:

- con pesi statici;
- con pesi dinamici;
- con pesi ricotti;
- con pesi adattabili;
- con pesi co-evolutivi.

Ognuna di queste tecniche può rivelarsi sufficiente per determinare la soluzione di ottimo ma, a seconda del problema in analisi, va fatta una scelta ponderata.

3.4.1 Funzione di fitness con pesi statici

L'approccio alla funzione di fitness mediante pesi statici è l'approccio più semplice tra quelli che si analizzeranno. Durante il processo evolutivo i pesi restano costanti, quindi, non vi è alcuna dipendenza dal numero di generazioni. Sono state date diverse interpretazioni a tali funzioni di fitness, e molti studiosi hanno fornito una propria versione su come va scritta. Una versione proposta da Homaifair^[18] è formulata nel seguente modo:

$$eval(\vec{x}) = f(\vec{x}) + \sum_{i=1}^m \left(R_{k,i} \cdot \max|0, g_{i(\vec{x})}|^2 \right) \quad (3.13)$$

dove $R_{k,i}$ rappresenta il valore dei pesi, m il numero dei vincoli, $f(\vec{x})$ è la funzione obiettivo epurata dai pesi e $k=1, \dots, l$ dove l rappresenta il numero dei livelli di violazione del vincolo. Lo svantaggio di tale

approccio è l'alto numero di parametri richiesti. Se consideriamo che ci siano m vincoli, il numero di parametri che bisogna definire è $m \cdot (2 \cdot l + 1)$. Dunque, se consideriamo, ad esempio 5 vincoli e 4 livelli di violazione, avremmo bisogno di ben 45 parametri. Dunque tale approccio si rivela dipendente dal numero dei parametri.

Un'altra versione di funzione di fitness con pesi statici è stata fornita da Kuri Morales^[20]:

$$eval(\vec{x}) = \begin{cases} f(\vec{x}) & \text{se la soluzione fattibile} \\ K - \sum_{i=1}^s \left(\frac{K}{m} \right) & \text{altrove} \end{cases} \quad (3.14)$$

dove s è il numero dei vincoli soddisfatti, m è il numero totale dei vincoli e K è una quantità costante il cui valore fornito da Morales è $1 \cdot 10^9$. Questo approccio proposto da Morales utilizza soltanto il numero dei vincoli che sono violati per determinare il peso mentre non vi è alcuna informazione di quanto il vincolo sia violato.

3.4.2 Funzione di fitness con pesi dinamici

Seguendo tale approccio, i pesi non sono più costanti per tutta la durata del processo evolutivo, ma cambiano, includendo, nel loro calcolo, il numero di generazioni. Alcuni ricercatori hanno confermato che i pesi dinamici lavorano meglio dei pesi statici ma spesso risulta difficile formulare un'equazione che ne determini la variazione dei pesi in maniera ottimale. Una espressione della funzione di fitness fu proposta da Joines e Houck^[18]:

$$eval(\vec{x}) = f(\vec{x}) + (C \cdot t)^\alpha \cdot \sum_{j=1}^m f_j^\beta(\vec{x}) \quad (3.15)$$

dove C , α e β sono delle costanti (spesso sono suggeriti i valori $C=0,5$, $\alpha=1$ o 2 , $\beta=1$ o 2), t rappresenta il numero di generazioni. Tale metodo richiede un numero di parametri molto più basso del metodo precedente, e la soluzione di ottimo risulta sensibile ai valori dei parametri C , α e β . Infatti, questi parametri, se scelti in maniera errata, avrebbero la conseguenza di far convergere prematuramente l'algoritmo verso una soluzione di ottimo locale.

Kazarlis e Petridis^[20] proposero la funzione:

$$eval(\vec{x}) = f(\vec{x}) + V(g) \cdot \left(A \cdot \sum_{i=1}^m (\delta_i \cdot w_i \cdot \phi(d_i(S))) + B \right) \cdot \delta_S \quad (3.16)$$

dove A è un fattore di “severità”, m è il numero totale dei vincoli, δ_i vale 1 se il vincolo è violato e 0 se il vincolo non è violato, w_i è il peso per il vincolo i , $d_i(S)$ è la misura del grado di violazione del vincolo i introdotto dalla soluzione S , Φ è una funzione di questa misura, B è un fattore di peso limite, δ_S è un fattore che vale 1 se la soluzione S è fattibile e 0 se la soluzione S è non-fattibile, $V(g)$ è una funzione che aumenta con il numero di generazioni e viene presa come $V(g) = \left(\frac{g}{G} \right)^2$

dove g è la generazione corrente e G è il numero totale delle generazioni. Anche in questo caso, i parametri da scegliere per ricercare una soluzione di ottimo sono elevati, e la loro incidenza sulla funzione di penalizzazione ancora non è stata determinata con esattezza.

3.4.3 Funzioni con pesi ricotti

Michalewicz e Attia^[20] proposero un metodo basato sull’idea della ricottura simulata. I pesi vengono fatti variare finché l’algoritmo non viene intrappolato in una condizione di ottimo locale. Ad ogni generazione vengono presi in considerazione solo i pesi attivi e questi vengono aumentati in modo tale da penalizzare in maniera decisa gli individui peggiori. I vincoli vengono divisi in quattro gruppi: vincoli di uguaglianza lineari, vincoli di disuguaglianza lineari, vincoli di uguaglianza non lineari, vincoli di disuguaglianza non lineari; viene creato un set A di vincoli attivi e sia i vincoli lineari che quelli non lineari sono inclusi in A . La funzione di fitness è:

$$eval(\vec{x}) = f(\vec{x}) + \frac{1}{2 \cdot \tau} \cdot \sum_{i \in A} \phi_i^2(\vec{x}) \quad (3.17)$$

dove τ rappresenta il “programma di raffreddamento”,

$$\phi_i(\vec{x}) = \begin{cases} \max[0, g_i(\vec{x})] & \text{se } n+1 \leq i \leq m \\ |h_i(\vec{x})| & \text{se } 1 \leq i \leq n \end{cases}$$

ed m è il numero totale dei vincoli.

Questa tecnica di ottimizzazione, però, si rivela molto sensibile al valore di τ e risulta complicato sceglierne un valore appropriato. Il metodo proposto da Michalewicz e Attia si rivela molto efficiente, ma bisogna fornire all'algoritmo un punto iniziale fattibile.

Un approccio simile è stato definito da Carlson Skalak^[20]:

$$eval(\vec{x}) = A \cdot f(\vec{x}) \quad (3.18)$$

dove $A = e^{-\frac{M}{T}}$, con M che misura l'entità della violazione del vincolo e T è una funzione che dipende dal numero di generazioni $T = \frac{1}{\sqrt{t}}$. Anche

questa fitness, come quella di Michalewicz e Attia, si rivela sensibile al valore di M , perciò valgono le stesse considerazioni.

Un'altra fitness è stata formulata da Joines e Houck^[20]:

$$eval(\vec{x}) = f(\vec{x}) + e^{(C \cdot t)^\alpha \cdot \sum_{j=1}^m f_j^\beta(\vec{x})} \quad (3.19)$$

dove i simboli utilizzati sono uguali a quelli dei pesi dinamici. Tale funzione di fitness spesso fallisce a causa dell'esponenziale che può portare a degli intervalli di valori non validi.

3.4.4 Funzioni con pesi adattabili

Questo approccio cambia il valore dei pesi dopo ogni generazione. Una funzione di fitness proposta è quella di Bean e Hadj-Alouane^{[18],[20],[21],[22]}:

$$fitness(\vec{x}) = f(\vec{x}) + \lambda(t) \cdot \left[\sum_{i=1}^n g_i^2(\vec{x}) + \sum_{j=1}^n |h_j(\vec{x})| \right] \quad (3.20)$$

dove $\lambda(t)$ viene modificato ad ogni generazione t nel seguente modo:

*Utilizzo di algoritmi genetici per ottimizzazioni
di trasferimenti interplanetari a bassa spinta*

$$\lambda(t+1) = \begin{cases} (1/\beta_1) \cdot \lambda(t) & \text{caso \#1} \\ \beta_2 \cdot \lambda(t) & \text{caso \#2} \\ \lambda(t) & \text{altrove} \end{cases}$$

dove *caso #1* e *caso #2* indicano le situazioni dove il miglior individuo dell'ultima generazione k è sempre (*caso #1*) o mai (*caso #2*) una soluzione di ottimo che rispetta i vincoli. La scelta di β_1 e β_2 deve essere fatta in modo tale che $\beta_1, \beta_2 > 1$, $\beta_1 > \beta_2$, $\beta_1 \neq \beta_2$. Il problema di tale approccio è nella scelta dei parametri β_1, β_2 e k . Infatti, se non si sceglie opportunamente k la soluzione finale potrebbe non rivelarsi di ottimo: proprio per il fatto che i pesi cambiano dopo ogni generazione, potrebbe capitare che nella $k-1$ generazione la soluzione rispetti i vincoli e sia di ottimo, ma nella generazione successiva k , in conseguenza del fatto che i pesi sono cambiati, i vincoli potrebbero non essere più rispettati. Seguendo questo approccio, Smith e Tate^[20] hanno calcolato un'altra funzione di fitness:

$$eval(\vec{x}) = f(\vec{x}) + (B_{fattibile} - B_{totale}) \cdot \sum_{i=1}^n \left(\frac{g_i(\vec{x})}{NFT(t)} \right)^k \quad (3.21)$$

dove $B_{fattibile}$ rappresenta il miglior valore della funzione obiettivo della generazione t , B_{totale} rappresenta il miglior valore delle funzioni obiettivo calcolate, k è una costante che modifica la severità dei pesi, $g_i(\vec{x})$ è una misura della violazione del vincolo i , e NFT definisce una distanza limite dalla regione delle soluzioni fattibili. Il problema di questo approccio è il risultato del calcolo della fitness attraverso i parametri $B_{fattibile}$ e B_{totale} : se $B_{fattibile}$ risulta molto più grande di B_{totale} allora il peso potrebbe essere troppo elevato per tutti gli individui della popolazione, ma questo non accade spesso. Se $B_{fattibile}$ e B_{totale} sono dello stesso ordine di grandezza allora gli individui peggiori non vengono penalizzati a sufficienza per poi essere scartati.

Gen e Cheng^[20] proposero un altro approccio:

$$eval(\vec{x}) = f(\vec{x}) \cdot P(\vec{x}) \quad (3.21)$$

dove $P(\vec{x})$ è definito come

$$P(\vec{x}) = 1 - \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n \left(\frac{\Delta b_i(\vec{x})}{\Delta b_i^{\max}} \right)^k$$

con $\Delta b_i(\vec{x}) = \max[0, g_i(\vec{x}) - b_i]$,

$$\Delta b_i^{\max} = \max[\varepsilon, \Delta b_i(\vec{x}); \vec{x} \in P(t)],$$

dove $\Delta b_i(\vec{x})$ rappresenta il valore della violazione del vincolo i nel cromosoma n , Δb_i^{\max} rappresenta la violazione massima del vincolo i nella generazione corrente, ed ε è un numero intero positivo. Tale approccio, secondo Gen e Cheng può essere applicato a qualsiasi tipo di problema, ma non è stata riscontrata la veridicità di questa affermazione.

3.4.5 Funzioni di fitness con pesi co-evolutivi

Coello^[20] propose un uso delle funzioni di penalizzazione nella seguente forma:

$$eval(\vec{x}) = f(\vec{x}) - (coef \cdot w_1 + viol \cdot w_2) \quad (3.22)$$

dove $f(\vec{x})$ è la funzione da ottimizzare, w_1 e w_2 rappresentano i pesi, $coef$ è la somma dei valori per cui la fitness è violata e vale

$$coef = \sum_{i=1}^n g_i(\vec{x}), \quad \forall g_i(\vec{x}) > 0, \text{ e } viol \text{ è il numero di volte che i vincoli}$$

vengono violati. Coello utilizzò questo metodo attraverso l'uso di due popolazioni P_1 e P_2 a cui corrispondono le lunghezze M_1 e M_2 . La popolazione P_2 contiene una combinazione di pesi (w_1 e w_2) che sono utilizzati per calcolare la fitness della popolazione P_1 . L'idea di Coello è quella di far evolvere una popolazione che calcola le soluzioni, e un'altra popolazione che fa evolvere i pesi. Per ogni individuo A_j di P_2 viene eseguito un calcolo di P_1 . Ogni individuo A_j di P_2 viene decodificato e la combinazione di pesi calcolata è utilizzata per far evolvere P_1 durante un certo numero di generazioni ($Gmax1$). Successivamente per ogni

*Utilizzo di algoritmi genetici per ottimizzazioni
di trasferimenti interplanetari a bassa spinta*

individuo della popolazione P_1 corrispondente all'evoluzione dei pesi dell'individuo A_j viene calcolata la fitness. Dopo l'evoluzione di P_1 corrispondente ad ogni individuo A_j di P_2 , viene calcolata la fitness media:

$$\bar{f}_j = \sum_{i=1}^{M_1} \left(\frac{eval(\vec{x})}{N_{fattibile}} \right) + N_{fattibile} \quad (3.23)$$

dove $N_{fattibile}$ indica il numero di soluzioni fattibili trovate nella popolazione. Il problema di questo approccio è nella scelta di dei parametri M_1 , M_2 , $Gmax1$ e $Gmax2$. Coello ha affermato che il valore di tali parametri viene determinato empiricamente e che, a seconda del problema in analisi tali parametri vanno cambiati. Inoltre, se M_1 , M_2 , $Gmax1$ e $Gmax2$ non vengono scelti in maniera “ragionevole” si corre il rischio di calcolare una quantità enorme di funzioni di fitness allungando i tempi di calcolo in maniera considerevole.

Alcune di queste teorie verranno applicate nel capitolo 5 a problemi di ottimizzazione di trasferimenti interplanetari a bassa spinta, evidenziando i vantaggi e gli svantaggi che tali metodi comportano.

MODELLI MATEMATICI UTILIZZATI PER DESCRIVERE IL MOTO DEL VEICOLO SPAZIALE

In questo capitolo verranno descritte le relazioni base della propulsione elettrica, le equazioni del moto utilizzate per descrivere un modello bidimensionale, le equazioni del moto utilizzate per descrivere un modello a tre dimensioni, e il modello matematico utilizzato per calcolare la posizione dei pianeti verso cui verrà effettuato lo studio (Venere e Marte) attraverso le effemeridi. Le equazioni del moto combinate con gli algoritmi genetici descritti nel capitolo precedente forniscono un valido metodo di ricerca di traiettorie di ottimo.

4.1 Relazioni di base della propulsione elettrica

In un motore a reazione la spinta è generata, in accordo con la terza legge di Newton, per mezzo dell'accelerazione di un fluido di lavoro nella direzione opposta alla spinta stessa. Il volo di un razzo in un campo

*Utilizzo di algoritmi genetici per ottimizzazioni
di trasferimenti interplanetari a bassa spinta*

gravitazionale in assenza di altre perturbazioni e considerando la spinta di un propulsore è descritto dalla seguente equazione del moto^[6]:

$$m \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{dm}{dt} \cdot \vec{v}_e + \vec{F}_g \quad (4.1)$$

con:

m = massa del veicolo;

$\frac{d\vec{v}}{dt}$ = accelerazione del veicolo;

$\frac{dm}{dt} = \dot{m}$ = flusso di massa del propellente;

\vec{v}_e = velocità del flusso di scarico;

\vec{F}_g = forza gravitazionale.

Dato che il volo spaziale avviene in assenza di forze esterne aerodinamiche rilevanti, si può assumere che la propulsione si riduca ad un bilancio di quantità di moto tra il sistema e il propellente rilasciato. Dunque, la relazione (4.1) si riduce nella forma:

$$m \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} = \dot{m} \cdot \vec{v}_e \quad (4.2)$$

La spinta T fornita dal propulsore, dunque, è il prodotto del flusso di massa di propellente per la velocità del flusso di scarico, e può essere assunta come una forza esterna applicata al sistema:

$$\vec{T} = \dot{m} \cdot \vec{v}_e \quad (4.3)$$

Se si integra tale quantità nel tempo si ottiene l'impulso totale (I) mentre il suo rapporto con la portata in peso del propellente rappresenta l'impulso specifico:

$$I_{sp} = \frac{T}{\dot{m} \cdot g_0} = \frac{v_e}{g_0} \quad (4.4)$$

con $g_0 = 9.80665 \text{ m/s}^2$ che rappresenta l'accelerazione di gravità terrestre standard.

L'impulso specifico, misurato in secondi, è un parametro molto importante per i propulsori spaziali, in quanto indica la capacità del motore di utilizzare il propellente ai fini della spinta. Come si nota dalla tabella 4.1, i propulsori elettrici hanno un impulso specifico da 2 a 100 volte superiore rispetto a quello dei propulsori di natura chimica:

Propulsori	Processo accelerativo	I_{sp} [s]
Chimici liquidi o solidi bipropellenti	gasdinamico	200÷410
Liquidi monopropellenti	gasdinamico	180÷223
Effetto Hall	elettromagnetico	1500÷2000
MPD	elettromagnetico	2000÷5000
Motore a ioni	elettrostatico	1500÷5000
FEED	elettrostatico	6000÷8000

Tab. 4.1 - Prestazioni tipiche di alcuni sistemi di propulsione^[6].

Se la velocità di scarico resta costante durante tutto il tempo di spinta, il veicolo spaziale è soggetto ad un incremento di velocità che dipende linearmente dalla velocità di scarico, ed in modo logaritmico dalla massa di propellente espulsa. Si ottiene così l'equazione di Tsiolkovsky^[23]:

$$\Delta v = g_0 \cdot I_{sp} \cdot \ln \left(\frac{m_0}{m_f} \right) \quad (4.5)$$

*Utilizzo di algoritmi genetici per ottimizzazioni
di trasferimenti interplanetari a bassa spinta*

con:

Δv = variazione della velocità;

m_0 = massa iniziale del veicolo;

m_f = massa del veicolo dopo lo sparo.

Esplicitando l'equazione di Tsiolkosky in modo tale da far comparire il peso del propellente consumato m_p , si ottiene:

$$\frac{m_p}{m_0} = 1 - e^{-\frac{\Delta v}{g_0 \cdot I_{sp}}} \quad (4.6)$$

Nell'effettuare un'analisi preliminare di una missione spaziale, la quantità che viene quantificata per calcolare i costi che tale missione comporta, è proprio la variazione di velocità. In particolare, a parità di massa iniziale, un propulsore che consuma meno carburante per una determinata manovra permette al sistema di estendere la sua vita utile nel tempo o, in alternativa, per una medesima missione, consente di minimizzare la massa iniziale. I propulsori elettrici, come si vedrà nel capitolo successivo, trovano un'applicazione vantaggiosa nelle missioni che richiedono tempi lunghi o ampi raggi. Infatti, il minor consumo di carburante dei propulsori elettrici rispetto ai propulsori chimici, comporta un risparmio, in termini economici, considerevole. Inoltre, con i propulsori elettrici, è possibile effettuare accensioni multiple, modulare l'entità della spinta durante lunghi tempi di sparo ed ottenere una spinta diffusa su tutto il veicolo grazie alle piccole dimensioni dei propulsori ed ai bassi valori della spinta ottenibile. I propulsori elettrici, però, a causa degli alti impulsi specifici, risultano essere molto limitati per quanto riguarda i valori di spinta disponibile. Il motivo di ciò è dovuto al fatto della netta separazione tra il sistema propulsivo e il sistema di generazione della potenza. Infatti, mentre per un sistema propulsivo chimico l'energia si genera all'interno del motore stesso, per poi tradursi in energia cinetica del flusso accelerato, per un propulsore elettrico c'è bisogno di sottosistemi separati di generazione e conversione dell'energia. I sistemi che di solito forniscono energia ad un veicolo spaziale sono le celle fotovoltaiche per la conversione dell'energia

solare, le celle a combustibile, le batterie o i generatori a radioisotopi. Tali sistemi sono caratterizzati da livelli di potenza disponibile limitati (3÷4 W per kg di massa del veicolo).

Dalla spinta del propulsore, dall'impulso specifico e dall'efficienza di conversione della potenza in ingresso in potenza propulsiva (η), si ottiene la relazione che determina la potenza in ingresso del propulsore (P):

$$P = \frac{T \cdot g_0 \cdot I_{sp}}{2 \cdot \eta} = \frac{\dot{m} \cdot v_e^2}{2 \cdot \eta} \quad (4.7)$$

Se si considera la massa del sottosistema di generazione (M), si nota che questa dipende quasi linearmente dalla potenza necessaria attraverso un parametro α secondo la relazione:

$$M = \alpha \cdot P = \frac{\alpha \cdot T \cdot v_e}{2 \cdot \eta} = \frac{\alpha \cdot g_0 \cdot T \cdot I_{sp}}{2 \cdot \eta} \quad (4.8)$$

Da queste ultime relazioni si osserva subito che un aumento dell'impulso specifico, comporta una riduzione della massa di propellente necessario, ma anche un aumento della massa necessaria per la generazione dell'energia (Fig. 4.1). Dunque esiste un valore ottimale per l'impulso specifico per cui la massa di propellente e la massa necessaria per la generazione di energia risultano minime:

$$\hat{I}_{sp} = \frac{1}{g_0} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot \eta \cdot \Delta t}{\alpha}} \quad (4.9)$$

dove Δt rappresenta la durata del periodo di sparo.

A parità di Δt , se si considerano impulsi specifici minori di quello del valore di ottimo si ha un aumento della massa del veicolo dovuto al peso del carburante in più da imbarcare. Se si considerano impulsi specifici maggiori di quello di ottimo, allora l'aumento della massa del veicolo è dovuto all'aumento del peso del generatore di potenza.

*Utilizzo di algoritmi genetici per ottimizzazioni
di trasferimenti interplanetari a bassa spinta*

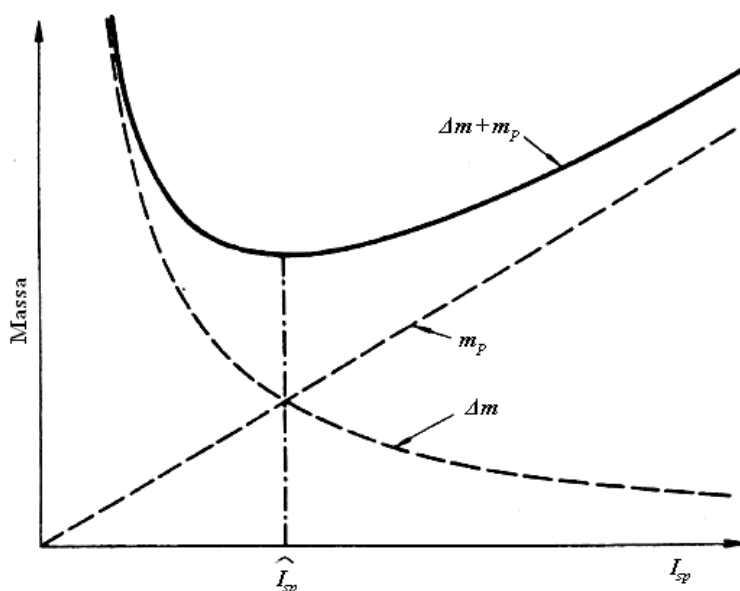


Fig. 4.1 - Impulso specifico ottimale per un propulsore elettrico.

Nell'analisi effettuata, che sarà discussa nel capitolo successivo, sono stati considerati due casi: potenza costante o potenza variabile con la distanza del veicolo dal Sole. Considerare la potenza costante per tutta la durata del trasferimento è una approssimazione che spesso viene fatta nell'analisi preliminare di uno studio di traiettorie spaziali ma nelle situazioni reali a bordo di un veicolo è impossibile stivare una quantità di potenza tale che permetta ciò. Di solito la generazione di potenza viene affidata a celle fotovoltaiche che convertono l'energia solare in potenza disponibile per il propulsore. L'energia solare, però, non è costante per tutta la durata del viaggio. L'intensità con cui i raggi solari raggiungono distanze diverse del Sistema Solare non è la stessa: con l'allontanamento dal Sole diminuisce l'intensità dei raggi solari, e così anche la potenza che le celle fotovoltaiche convertono in energia. Un'approssimazione di ciò può essere fatta facendo variare la potenza disponibile per il propulsore con l'inverso del quadrato della distanza dal Sole. Dunque, si considerano:

- $P = P_0$. La potenza erogata dal generatore di energia resta costante e pari a P_0 per tutta la durata del trasferimento. In effetti consideriamo che quella disponibile per il propulsore sia costante, quella generata può anche variare purché assicuri che alla fine della traiettoria sia quella richiesta.
- $P = P_0 \cdot \left(\frac{r_0}{r}\right)^2$ con r_0 = posizione iniziale del veicolo spaziale e r = posizione del veicolo. In questo caso la potenza del propulsore varia come l'inverso del quadrato della distanza del veicolo dal Sole.

4.2 Equazioni del moto nel modello bidimensionale

Nel modello bidimensionale analizzato si considera un veicolo spaziale dotato di un propulsore elettrico. Si considerano, inoltre, orbite circolari, complanari, il Sole quale attrattore principale e le perturbazioni dovute alla Terra e al pianeta obiettivo (Venere o Marte) trascurabili. Tutte le grandezze vengono adimensionalizzate utilizzando le unità canoniche:

- $DU = AU$;
- $MU = \text{massa iniziale del veicolo}$;
- $TU = \sqrt{\frac{DU^3}{\mu_{sole}}}$.

Utilizzando le unità canoniche il parametro gravitazionale del Sole adimensionalizzato risulta essere pari a 1: $\mu_{sole}^{a\dim} = 1 TU^2/DU^3$;

Le equazioni del moto scritte rispetto ad un sistema di riferimento inerziale $\mathcal{T}(0; r, \theta)$ (Fig. 4.2) con origine nel baricentro del Sole, in coordinate polari sono^{[23],[24],[25]}:

$$\begin{cases} \dot{r} = v_r; \\ \dot{\theta} = \frac{v_\theta}{r}; \\ \ddot{r} = \frac{v_\theta^2}{r} - \frac{1}{r^2} + \tau \cdot a_r; \\ \ddot{\theta} = -\frac{v_r \cdot v_\theta}{r} + \tau \cdot a_\theta; \\ \dot{m}_p = -\dot{m} \cdot \tau. \end{cases} \quad (4.10)$$

con:

$\tau \in [0,1]$ = parametro che permette di variare il flusso di massa del propellente.

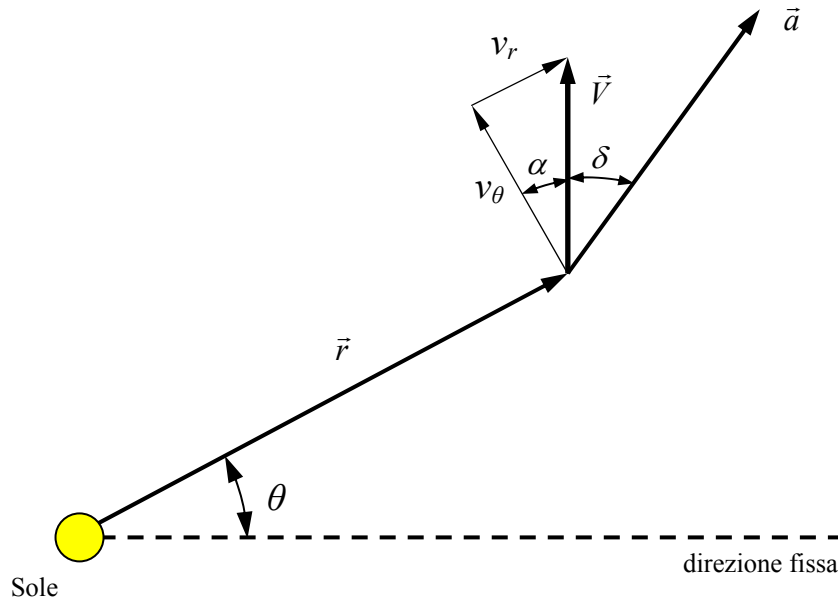


Fig. 4.2 - Sistema di riferimento inerziale $\mathcal{T}(0;r,\theta)$ utilizzando le coordinate polari per la scrittura delle equazioni del moto.

Come si nota in Fig. - 4.2, l'angolo di spinta viene scritto in modo tale che, se questo è nullo, la spinta è esclusivamente tangenziale. L'angolo α è noto dalle relazioni:

$$\begin{aligned} - \cos(\alpha) &= \frac{v_\theta}{V}; \\ - \sin(\alpha) &= \frac{v_r}{V}. \end{aligned} \tag{4.11}$$

con $V = \sqrt{v_r^2 + v_\theta^2}$ = modulo della velocità del veicolo;

Di conseguenza i valori delle accelerazioni radiali e tangenziali sono:

$$\begin{aligned} - a_r &= \left(\frac{T}{m}\right) \cdot \cos(\alpha + \delta) = \left(\frac{T}{m}\right) \cdot \left(\frac{v_r}{V} \cdot \cos(\delta) + \frac{v_\theta}{V} \cdot \sin(\delta)\right); \\ - a_\theta &= \left(\frac{T}{m}\right) \cdot \sin(\alpha + \delta) = \left(\frac{T}{m}\right) \cdot \left(\frac{v_\theta}{V} \cdot \cos(\delta) - \frac{v_r}{V} \cdot \sin(\delta)\right). \end{aligned} \tag{4.12}$$

con:

m = massa del veicolo;

T = spinta generata dal propulsore;

$\delta \in [0, 2\pi]$ = angolo di spinta del propulsore nel piano;

4.3 Equazioni del moto nel modello tridimensionale

Nel modello utilizzato per l'analisi tridimensionale le equazioni del moto sono scritte in forma cartesiana perché oltre alla presenza del Sole quale attrattore principale, sono state considerate le perturbazioni della Terra e del pianeta obiettivo. Gli elementi orbitali della Terra e del pianeta obiettivo sono calcolati utilizzando le effemeridi e,

successivamente, attraverso una matrice di trasformazione, dagli elementi orbitali si ottiene il vettore posizione e il vettore velocità. Tutte le quantità in gioco sono state adimensionalizzate utilizzando le unità canoniche come nel paragrafo precedente e l'equazione utilizzata per descrivere il moto è l'equazione di Proussing e Conway^[25].

$$\ddot{\vec{r}} + \frac{\mu}{r^3} \cdot \vec{r} = -G \cdot \sum_{j=3}^n m_j \cdot \left(\frac{\vec{d}_j}{d_j^3} + \frac{\vec{\rho}_j}{\rho_j^3} \right) \quad (4.13)$$

Il termine a destra dell'equazione rappresenta la funzione di disturbo e tiene conto di quello che di solito viene chiamato effetto del terzo corpo. Nell'equazione del moto a due corpi tale termine è nullo. Nella precedente equazione e dalla Fig. 4.3 \vec{r} rappresenta il vettore posizione da m_1 a m_2 , $\vec{\rho}$ il vettore posizione da m_1 al terzo corpo m_j , e quindi

$$\vec{\rho}_j + \vec{d}_j = \vec{r}$$

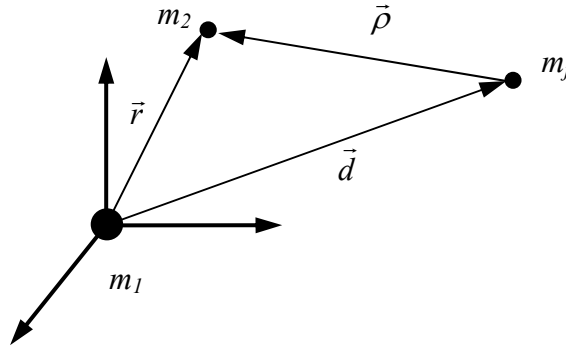


Fig. 4.3 - Schema di un modello di moto perturbato.

Dunque, considerando l'equazione (4.13) di Proussing e Conway, le equazioni del moto in riferimento alla Fig. 4.4 sono^{[24],[25]}.

$$\begin{cases} \dot{x} = v_x; \\ \dot{y} = v_y; \\ \dot{z} = v_z; \\ \ddot{x} = -\frac{\mu_{sole}}{r^3} \cdot x - \mu_{terra} \cdot \left(\frac{x-x_E}{d_E^3} - \frac{x_E}{\rho_E^3} \right) - \mu_T \cdot \left(\frac{x-x_T}{d_T^3} - \frac{x_T}{\rho_T^3} \right) + \tau \cdot a_x; \\ \ddot{y} = -\frac{\mu_{sole}}{r^3} \cdot y - \mu_{terra} \cdot \left(\frac{y-y_E}{d_E^3} - \frac{y_E}{\rho_E^3} \right) - \mu_T \cdot \left(\frac{y-y_T}{d_T^3} - \frac{y_T}{\rho_T^3} \right) + \tau \cdot a_y; \\ \ddot{z} = -\frac{\mu_{sole}}{r^3} \cdot z - \mu_{terra} \cdot \left(\frac{z-z_E}{d_E^3} - \frac{z_E}{\rho_E^3} \right) - \mu_T \cdot \left(\frac{z-z_T}{d_T^3} - \frac{z_T}{\rho_T^3} \right) + \tau \cdot a_z; \\ \dot{m}_p = -\dot{m} \cdot \tau. \end{cases} \quad (4.14)$$

con:

$\tau \in [0,1]$ = parametro che permette di variare il flusso di massa del propellente.

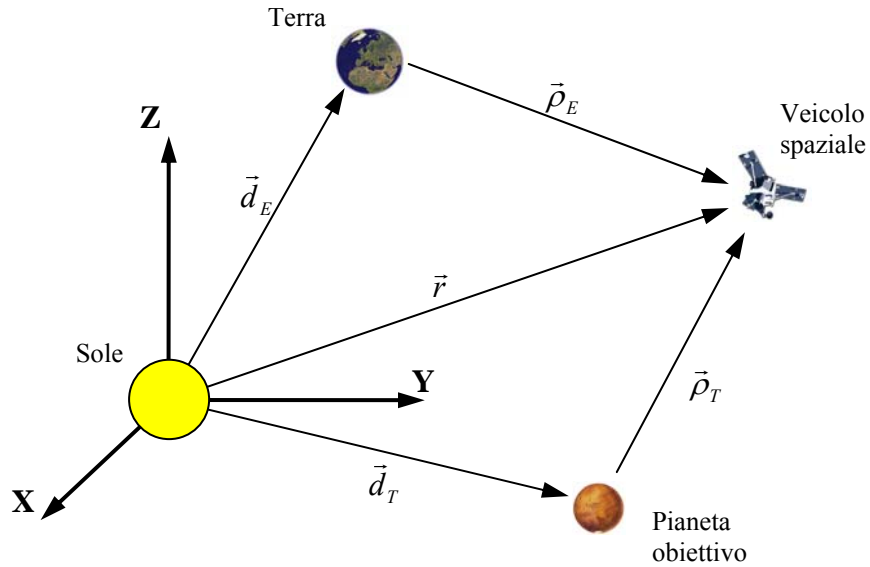


Fig. 4.4 - Schema del modello matematico considerato.

Essendo il problema tridimensionale, gli angoli necessari per definire la direzione della spinta sono due: un angolo δ definito in un piano parallelo al piano $X-Y$ e un angolo ϕ definito fuori dal piano parallelo al piano $X-Y$. Come nel caso di moto bidimensionale, tali angoli sono definiti rispetto al vettore velocità, e pertanto, se sono entrambi nulli, la spinta che il veicolo subisce è una spinta tangenziale.

Le accelerazioni sono:

$$\begin{aligned}
 - \quad a_x &= \left(\frac{T}{m}\right) \cdot \left[\left(\frac{\sqrt{v_x^2 + v_y^2}}{V} \cdot \cos(\phi) - \frac{v_z}{V} \cdot \sin(\phi) \right) \cdot \dots \right. \\
 &\quad \left. \dots \cdot \left(\frac{v_x}{\sqrt{v_x^2 + v_y^2}} \cdot \cos(\delta) - \frac{v_y}{\sqrt{v_x^2 + v_y^2}} \cdot \sin(\delta) \right) \right] \\
 - \quad a_y &= \left(\frac{T}{m}\right) \cdot \left[\left(\frac{\sqrt{v_x^2 + v_y^2}}{V} \cdot \cos(\phi) - \frac{v_z}{V} \cdot \sin(\phi) \right) \cdot \dots \right. \\
 &\quad \left. \dots \cdot \left(\frac{v_y}{\sqrt{v_x^2 + v_y^2}} \cdot \cos(\delta) + \frac{v_x}{\sqrt{v_x^2 + v_y^2}} \cdot \sin(\delta) \right) \right] \\
 - \quad a_z &= \left(\frac{T}{m}\right) \cdot \left[\frac{\sqrt{v_x^2 + v_y^2}}{V} \cdot \sin(\phi) + \frac{v_z}{V} \cdot \cos(\phi) \right]
 \end{aligned} \tag{4.15}$$

con $V = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$ = modulo della velocità del veicolo spaziale.

Il modello considerato, dunque, presenta l'aggiunta di un nuovo parametro: l'angolo ϕ fuori dal piano parallelo al piano $X-Y$. Questo, come si vedrà nel capitolo successivo, comporta un notevole aumento dei tempi di calcolo in quanto va ad inserirsi in quella serie di parametri da ottimizzare per la ricerca della traiettoria di ottimo.

4.4 Utilizzo di effemeridi per il calcolo della posizione dei pianeti

Quando vengono studiate le equazioni del moto perturbate e si considera il problema in un'ottica tridimensionale, c'è bisogno di calcolare la posizione dei pianeti in maniera accurata. Le effemeridi rappresentano un valido strumento per calcolare i sei elementi orbitali classici dei pianeti. A partire da una data (anno, mese, giorno, ore, minuti, secondi) si calcola la data giuliana e successivamente il secolo giuliano. Attraverso il secolo giuliano e dei polinomi si calcolano i sei elementi orbitali classici dei pianeti all'istante considerato. Una volta noti i sei elementi orbitali classici, attraverso una matrice di trasformazione, si calcolano il vettore posizione e il vettore velocità del pianeta. Il procedimento di calcolo è illustrato in Appendice.

*Utilizzo di algoritmi genetici per ottimizzazioni
di trasferimenti interplanetari a bassa spinta*

5

APPLICAZIONE DEGLI ALGORITMI GENETICI

Per analizzare i modelli matematici descritti nel capitolo 4 utilizzando gli algoritmi genetici descritti nel capitolo 3 nel corso del lavoro è sorta la necessità di sviluppare una serie di software in grado di implementare lo studio teorico. Sono stati analizzati attraverso simulazioni al *Matlab*[®] approcci che utilizzano diverse funzioni di fitness per cercare di individuare un metodo che riesce a risolvere meglio il problema di ottimizzazione di traiettorie interplanetarie.

5.1 Come vengono applicati gli algoritmi genetici ai modelli matematici che descrivono il moto del veicolo spaziale

Il funzionamento di un algoritmo genetico per calcolare una traiettoria di ottimo di un trasferimento interplanetario avviene secondo lo schema di Fig.5.1.

*Utilizzo di algoritmi genetici per ottimizzazioni
di trasferimenti interplanetari a bassa spinta*

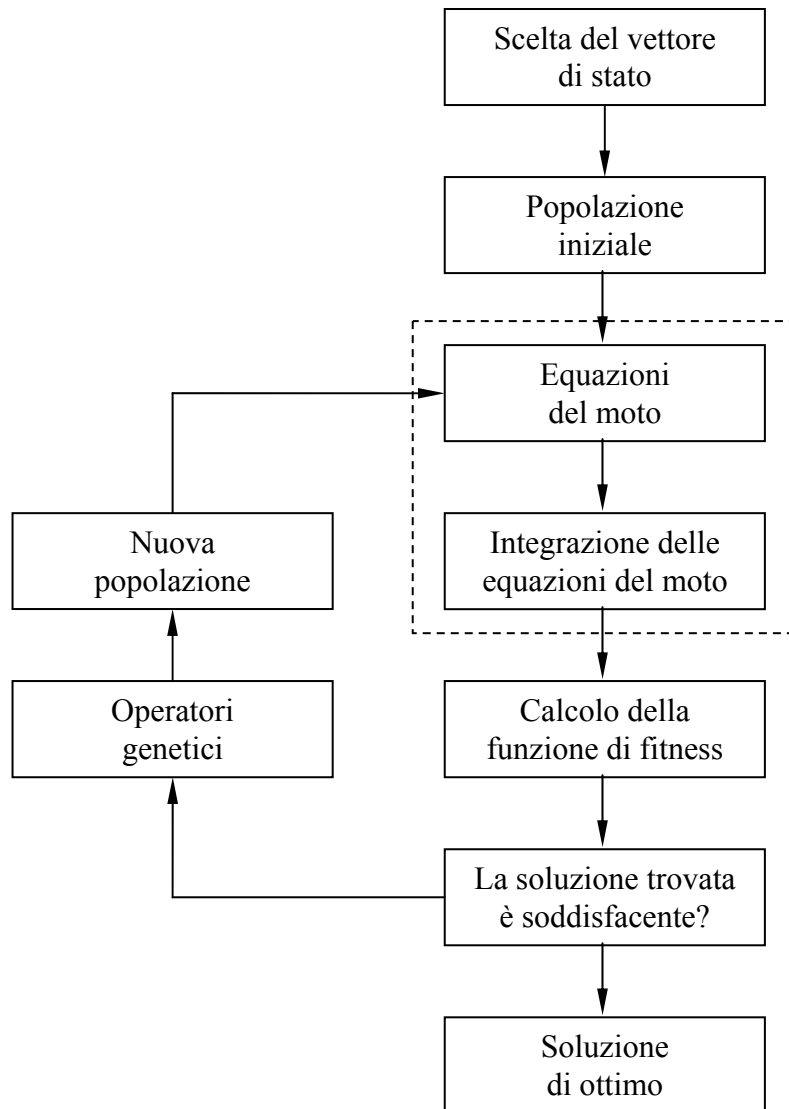


Fig. 5.1 - Schema di funzionamento dell'algoritmo genetico.

La prima scelta da effettuare nell'utilizzare gli algoritmi genetici è il vettore di stato. La traiettoria di trasferimento è divisa in n punti di mesh, dunque, considerando un trasferimento interplanetario bidimensionale con orbite circolari complanari, gli elementi del vettore

Capitolo 5 - Applicazione degli algoritmi genetici al modello matematico

di stato sono rappresentati da n angoli di spinta, da n parametri che regolano il flusso di massa del propellente e un parametro che rappresenta il tempo di trasferimento. In base a questi parametri del vettore di stato vengono integrate le equazioni del moto e viene calcolata l'orbita di trasferimento. È chiaro che il vettore di stato rappresenta un individuo della popolazione e, dunque, se in una popolazione ci sono m individui, vengono calcolate m orbite di trasferimento. Dopo aver calcolato le orbite di trasferimento l'algoritmo genetico seleziona gli individui che soddisfano maggiormente i requisiti richiesti dalla funzione di fitness e, successivamente, attraverso gli operatori genetici, calcola una nuova popolazione. L'algoritmo calcola la funzione di fitness della nuova popolazione e il processo di selezione viene ripetuto finché non intervengono dei fattori che interrompono l'iterazione.

Nella ricerca della soluzione di ottimo sono state considerate diverse funzioni di fitness e ognuna di esse ha dato dei risultati soddisfacenti ma alla fine dell'iterazione gli errori relativi alla posizione e alla velocità sono risultati diversi. Tali errori finali su posizione e velocità sono stati confrontati in modo da poter stabilire quale dei metodi si è rivelato più efficace.

5.2 Analisi di trasferimenti interplanetari del modello bidimensionale

Il vettore di stato è composto dai parametri che durante l'evoluzione dell'algoritmo vengono modificati e scelti in modo tale da poter trovare una soluzione di ottimo. I tali parametri scelti per rappresentare il vettore di stato sono: l'angolo di spinta, il regolatore di flusso di massa di propellente e il tempo di trasferimento.

$$\bar{X} = [\delta_1, \dots, \delta_n, \tau_1, \dots, \tau_n, t_{TOF}]$$

dove

δ è l'angolo di spinta;

τ è il parametro che varia il flusso di massa del propellente;

*Utilizzo di algoritmi genetici per ottimizzazioni
di trasferimenti interplanetari a bassa spinta*

t_{TOF} è il tempo di trasferimento;

n è il numero di punti di mesh.

Definita una popolazione iniziale di m individui, i valori del vettore di stato sono utilizzati per integrare le equazioni del moto e l'algoritmo genetico interviene per ricercare gli individui migliori.

5.2.1 Validazione del programma di calcolo

Per provare l'affidabilità del programma di calcolo e i risultati successivi è stato prima effettuato un confronto con [26]. Viene effettuato un trasferimento Terra-Marte con un veicolo spaziale di 2000 kg sottoposto ad una accelerazione iniziale in modulo pari a $1,5 \cdot 10^{-4} \text{ m/s}^2$ e dotato di un propulsore avente un impulso specifico di 1700 s. La spinta del propulsore è continua e le equazioni del moto utilizzate in [26] per calcolare la traiettoria di trasferimento sono:

$$\begin{aligned}\dot{\vec{r}} &= \vec{v} \\ \dot{\vec{v}} &= -\frac{\mu_{sole}}{r^3} \cdot \vec{r} + \frac{T}{m} \cdot \zeta \\ \dot{m} &= -\frac{T}{I_{sp} \cdot g_0}\end{aligned}\tag{5.1}$$

dove

ζ è un parametro che identifica la direzione della spinta

Sono stati utilizzati e confrontati due algoritmi, un GAOT e un EPIC, ed è stata effettuata una ottimizzazione di traiettoria di minima massa utilizzando come criterio di arresto un massimo di 600 generazioni. La funzione di fitness utilizzata (ancora in similitudine alla referenza [26]):

$$f = \frac{m_{prop}}{5000} + 2,5 \cdot \delta v + \delta r\tag{5.2}$$

dove

Capitolo 5 - Applicazione degli algoritmi genetici al modello matematico

m_{prop} è la massa di propellente utilizzato per il trasferimento;

δv è l'errore relativo alla velocità;

δr è l'errore relativo alla posizione.

Dunque, la tecnica utilizzata dall'autore di [26] è quella della funzione di fitness con pesi statici. I numeri presenti nella funzione di fitness sono numeri che sono stati determinati sperimentalmente dall'autore in modo tale da ottenere dei risultati soddisfacenti.

I risultati calcolati dall'algoritmo sono riassunti nella seguente tabella:

	GAOT	EPIC
Massa di propellente utilizzato (kg)	827,3	1073,22
Tempo di trasferimento (giorni)	532,27	690,51
Δr (km)	$7,6611 \cdot 10^5$	$7,099 \cdot 10^4$
Δv (km/s)	1,6512	0,5462

Tab. 5.1 - Risultati delle simulazioni effettuate in [26].

Come si può osservare, il consumo di propellente risulta essere di circa il 40% della massa iniziale per il GAOT e di circa il 54% per l'EPIC. L'errore relativo alla posizione risulta essere maggiore rispetto alla sfera di influenza marziana di circa il 33% per il GAOT mentre risulta minore di circa l'87% per l'EPIC.

Seguendo questo tipo di approccio è stato elaborato un programma di calcolo utilizzando *Matlab*[®], sono state calcolate le orbite di trasferimento Terra-Marte di minima massa e sono state confrontate con i risultati di [26]. Le equazioni utilizzate per effettuare l'ottimizzazione sono le (4.10). Il parametro che varia la portata di massa di propellente è stato considerato costante e pari a 1 (quindi non incluso nel processo di ottimizzazione) e la potenza del motore elettrico, mantenuta costante per tutta la durata del trasferimento, pari a 5 kW. Sono stati utilizzati 10 punti di mesh, una popolazione di 100 individui e sono state effettuate 100 generazioni. Il criterio di arresto dell'algoritmo è stato il completamento di tutte le generazioni. La funzione di fitness utilizzata è:

$$f = m_{prop} + \lambda_1 \cdot \delta r + \lambda_2 \cdot (\delta v_r + \delta v_\theta) \quad (5.3)$$

dove

δv_r rappresenta l'errore relativo alla velocità radiale;

δv_θ rappresenta l'errore relativo alla velocità circonferenziale;

λ_1 e λ_2 rappresentano i pesi.

Le soluzioni ritenute soddisfacenti, sono le soluzioni aventi un errore rispetto alla posizione inferiore alla sfera di influenza marziana e un errore rispetto alle velocità radiale e circonferenziale inferiore a 0,10 km/s. Tali scelte sono state effettuate osservando che, a seguito della propagazione dell'orbita di trasferimento dopo lo spegnimento del propulsore, l'orbita del veicolo si sovrappone all'orbita del pianeta obiettivo per valori all'incirca uguali a quelli considerati.

I pesi λ_1 e λ_2 sono stati determinati sperimentalmente e prima di trovare una combinazione che soddisfacesse le tolleranze volute su posizione e velocità sono state effettuate numerose prove. La tecnica utilizzata è stata di tipo iterativo, cioè sono stati considerati come pesi iniziali $\lambda_1=1$ e $\lambda_2=1$ e, a seconda dell'errore di posizione e velocità che sono risultati dalla soluzione di ottimo questi sono stati poi modificati ed è stato fatto ripartire il processo di calcolo con i nuovi pesi. I risultati sono riassunti tabella 5.2. La prova con i risultati migliori è quella che usa i pesi $\lambda_1=1,25$ e $\lambda_2=2$. Si osserva che errori rispetto alla posizione e alla velocità risultano migliori rispetto a quelli ottenuti in [26]. Il consumo di propellente è circa il 38% della massa iniziale contro il 40% ottenuto con il GAOT di [26]. Il tempo di trasferimento risulta essere di 491 giorni contro i 532 giorni di [26].

Dal confronto dei risultati si può dedurre che il programma di calcolo può ritenersi valido anche se gli errori relativi a posizione e velocità sono diversi. Questo è dovuto, probabilmente, al fatto che sono usate due funzioni di fitness con pesi diversi. Infatti, il metodo della funzione di fitness con pesi statici risulta essere molto sensibile ai valori che vengono dati ai pesi.

*Capitolo 5 - Applicazione degli algoritmi
genetici al modello matematico*

Pesi	t_{TOF} (giorni)	m_{prop}	δr (km)	δv_r (km/s)	δv_θ (km/s)
$\lambda_1=1 - \lambda_2=1$	408,4332	634,4085	3727	$9,11 \cdot 10^{-5}$	1,0396
$\lambda_1=1 - \lambda_2=1,25$	468,3228	727,4333	12587	$3,59 \cdot 10^{-4}$	0,4926
$\lambda_1=1 - \lambda_2=1,5$	462,5723	718,5012	242767	0,0036	0,3277
$\lambda_1=1,25 - \lambda_2=1,5$	436,5361	678,0599	406	$3,03 \cdot 10^{-5}$	0,5577
$\lambda_1=1,25 - \lambda_2=1,75$	493,887	767,1415	75637	0,0082	0,1279
$\lambda_1=1,5 - \lambda_2=2$	474,6056	737,1922	1192	$1,03 \cdot 10^{-4}$	0,4046
$\lambda_1=1,25 - \lambda_2=2$	491,5057	763,4428	62	$4,09 \cdot 10^{-5}$	0,0032

Tab. 5.2 - Risultati delle simulazioni Terra-Marte di minima massa per potenza costante e variazione del flusso di massa costante.

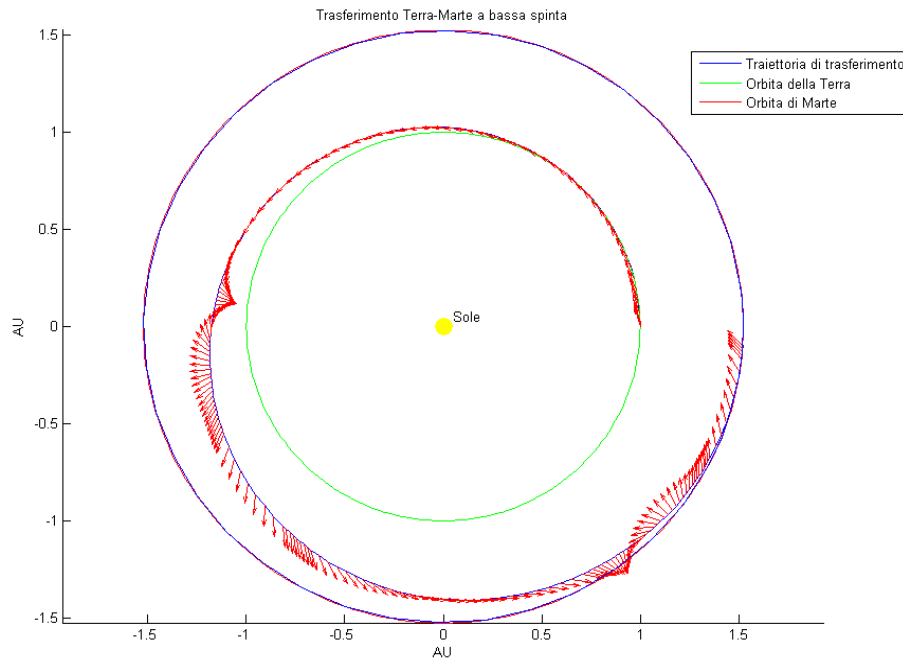


Fig. 5.2 - Orbita di trasferimento della simulazione con i pesi $\lambda_1=1,25$ e $\lambda_2=2$.

Utilizzo di algoritmi genetici per ottimizzazioni di trasferimenti interplanetari a bassa spinta

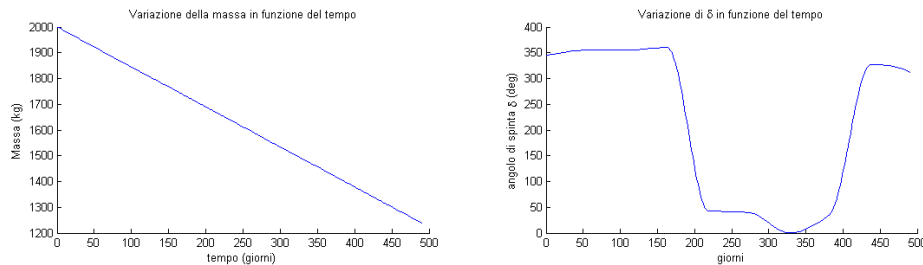


Fig. 5.3 - Variazione della massa e variazione dell'angolo di sparo del trasferimento Terra-Marte.

In Fig. 5.2 è riportata l'orbita di trasferimento con i relativi vettori di spinta. In una prima fase l'angolo di sparo è quasi tangenziale, mentre successivamente varia in modo tale da poter circolarizzare l'orbita una volta raggiunta la quota desiderata (così come ci aspetta da una strategia di tipo ottimo). In Fig. 5.3 sono riportate l'andamento della massa e dell'angolo di sparo δ al variare del tempo di trasferimento.

5.2.2 Confronto con la manovra alla Homann

I risultati della simulazione precedente possono essere ulteriormente confrontati effettuando un trasferimento Terra-Marte con una manovra alla Homann (Fig. 5.4).

Ovviamente una manovra del genere non è possibile effettuarla con propulsori elettrici ma la si può effettuare con propulsori di tipo chimico. Consideriamo il veicolo che ha la stessa massa iniziale del veicolo del trasferimento appena considerato $m_0 = 2000$ kg e, dalla Tab.4.1, consideriamo un propulsore chimico avente un $I_{sp} = 410$ s.

Volendo effettuare un trasferimento Terra-Marte con una manovra alla Homann occorrerebbero 1502 kg di propellente, cioè circa il 75% della massa iniziale del veicolo. Per effettuare il trasferimento con un propulsore a bassa spinta occorre, dall'analisi precedentemente effettuata, una quantità di propellente pari al 38% della massa iniziale, dunque la metà. Il tempo di trasferimento con una manovra alla Homann è di 259 giorni contro i 491 giorni del trasferimento a bassa spinta mentre la variazione di velocità che occorre è di 5,5936 km/s.

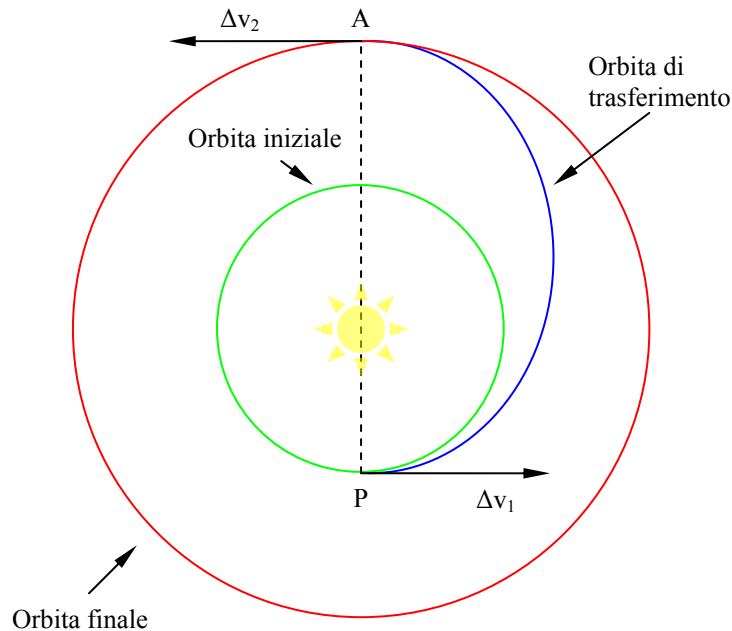


Fig. 5.4 - Manovra alla Homann.

5.2.3 Analisi di trasferimenti Terra-Marte mediante l'utilizzo di funzioni di fitness con pesi statici

Utilizzando l'approccio delle funzioni di fitness con pesi statici sono state calcolate le traiettorie di minima massa e di minimo tempo per un trasferimento Terra-Marte. Le impostazioni utilizzate nell'algoritmo genetico per effettuare i trasferimenti sono:

- Punti di mesh = 10;
- Dimensione della popolazione = 100;
- Generazioni = 100;
- Funzione di selezione di tipo roulette;
- Crossover = 0,8;

*Utilizzo di algoritmi genetici per ottimizzazioni
di trasferimenti interplanetari a bassa spinta*

- Funzione di mutazione di tipo Adaptive Feasible;
- Frazione di migrazione = 0,2;
- Intervallo di migrazione = 1;
- Elite Counter = 2.

Il criterio di arresto dell'algoritmo è il completamento di tutte le generazioni.

Dopo aver effettuato diverse simulazioni i pesi che hanno permesso di ottenere risultati soddisfacenti sono:

	Pesi	t_{TOF} (giorni)	m_{prop}	δr (km)	δv_r (km/s)	δv_θ (km/s)
P costante T costante	$\lambda_1 = 1,25$ $\lambda_2 = 2$	491,5057	763,443	62	$4,09 \cdot 10^{-5}$	0,0032
P costante T variabile	$\lambda_1 = 3$ $\lambda_2 = 7$	597,8749	708,646	41992	$9,52 \cdot 10^{-4}$	0.01599

Tab. 5.3 - Risultati dei trasferimenti Terra-Marte di minima massa con funzioni di fitness con pesi statici.

Dalla Tab. 5.3 si può osservare che introducendo un parametro che varia il flusso di massa di propellente, e quindi la spinta per effettuare il trasferimento occorre una quantità di propellente minore, circa il 35% della massa iniziale, ma il tempo di trasferimento aumenta di circa 100 giorni.

In Fig. 5.5 si riportano l'orbita di trasferimento effettuata con potenza P costante e con spinta T variabile, la variazione di massa m , dell'angolo di sparo δ e del regolatore di spinta τ .

Capitolo 5 - Applicazione degli algoritmi genetici al modello matematico

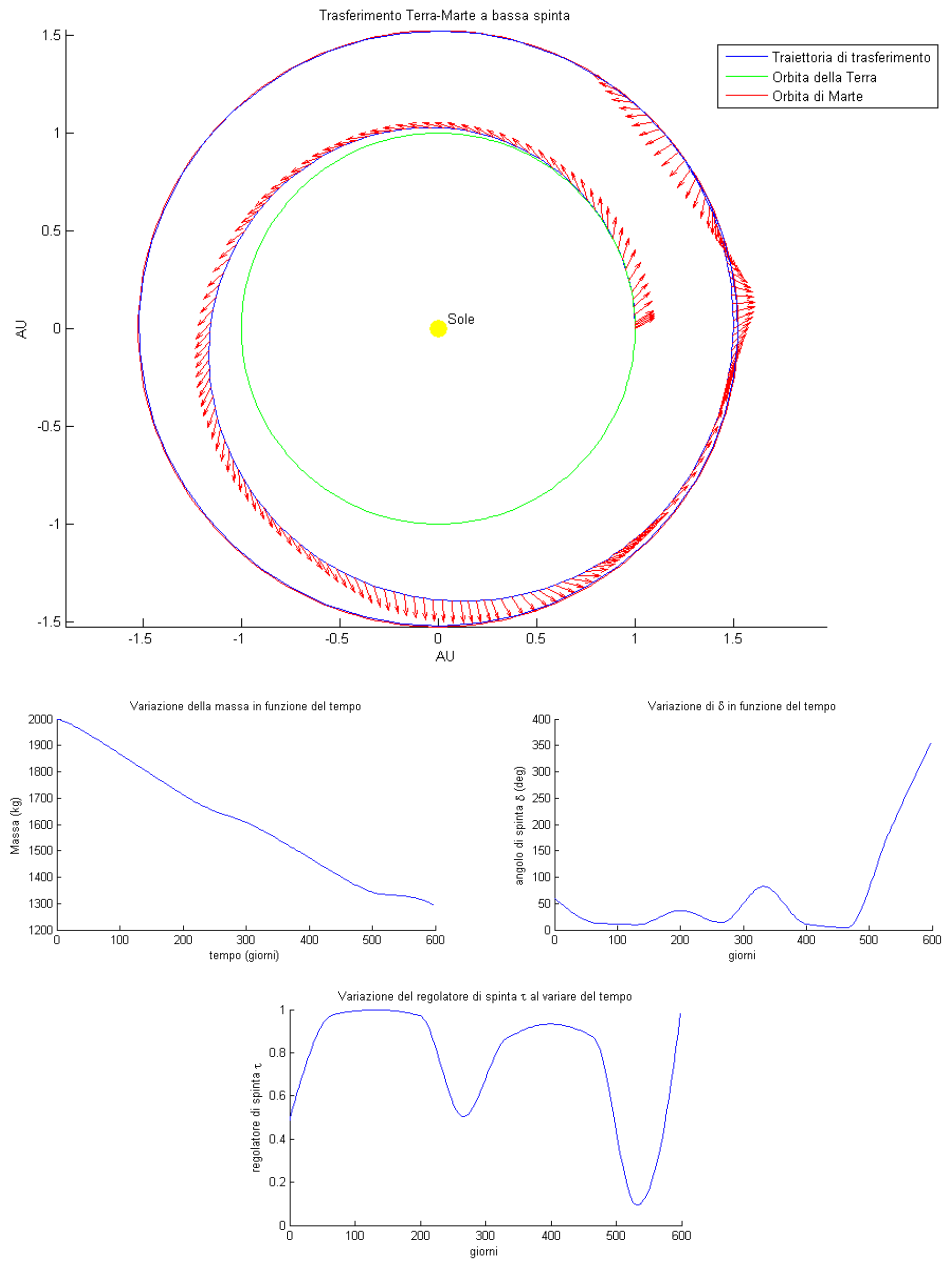


Fig. 5.5 - Orbita di trasferimento Terra-Marte e andamento della massa, dell'angolo di sparo e del regolatore di spinta.

5.2.4 Analisi di trasferimenti Terra-Venere mediante l'utilizzo di funzioni di fitness con pesi statici

È stata effettuata un'analisi di ottimizzazione di un trasferimento Terra-Venere con P e T costanti e con P costante e T variabile. La fitness utilizzata è la (5.3) e le impostazioni dell'algoritmo sono quelle utilizzate nel paragrafo precedente. Il veicolo ha massa iniziale $m_0 = 2000\text{kg}$ ed è soggetto ad una accelerazione iniziale in modulo pari a $1,5 \cdot 10^{-4} \text{ m/s}^2$. I risultati delle simulazioni sono riportati in Tab. 5.4 mentre la Fig. 5.6 mostra il trasferimento effettuato a potenza P costante e a spinta T variabile. Nel caso di trasferimento a P costante e a T costante il consumo di propellente è pari a circa il 30% della massa iniziale con una durata di 389 giorni. Nel caso di trasferimento a P costante e a T variabile il consumo di propellente è circa il 28% della massa iniziale con una durata del trasferimento di 582 giorni.

	Pesi	t_{TOF} (giorni)	m_{prop}	δr (km)	δv_r (km/s)	δv_θ (km/s)
P costante T costante	$\lambda_1 = 2,75$ $\lambda_2 = 1,25$	389,5407	605,063	0	0.0016	0.0199
P costante T variabile	$\lambda_1 = 2,75$ $\lambda_2 = 1,75$	582,0089	565,586	3813	$5.57 \cdot 10^{-5}$	0.0022

Tab. 5.4 - Risultati dei trasferimenti Terra-Venere di minima massa con funzioni di fitness con pesi statici.

Come per il caso precedente i risultati possono essere messi a confronto con un trasferimento Terra-Venere effettuato con una manovra alla Homann. Consideriamo una massa iniziale $m_0 = 2000 \text{ kg}$ e un impulso specifico $I_{sp} = 400 \text{ s}$. Per effettuare il trasferimento la massa di propellente consumata è circa il 73% della massa iniziale rispetto al 30% e al 28% di un trasferimento Terra-Venere effettuato con propulsione a bassa spinta. Il tempo di trasferimento è di 146 giorni contro i 389 giorni e i 565 giorni del caso a bassa spinta. Infine, la variazione di velocità richiesta è di 5,202 km/s.

Capitolo 5 - Applicazione degli algoritmi genetici al modello matematico

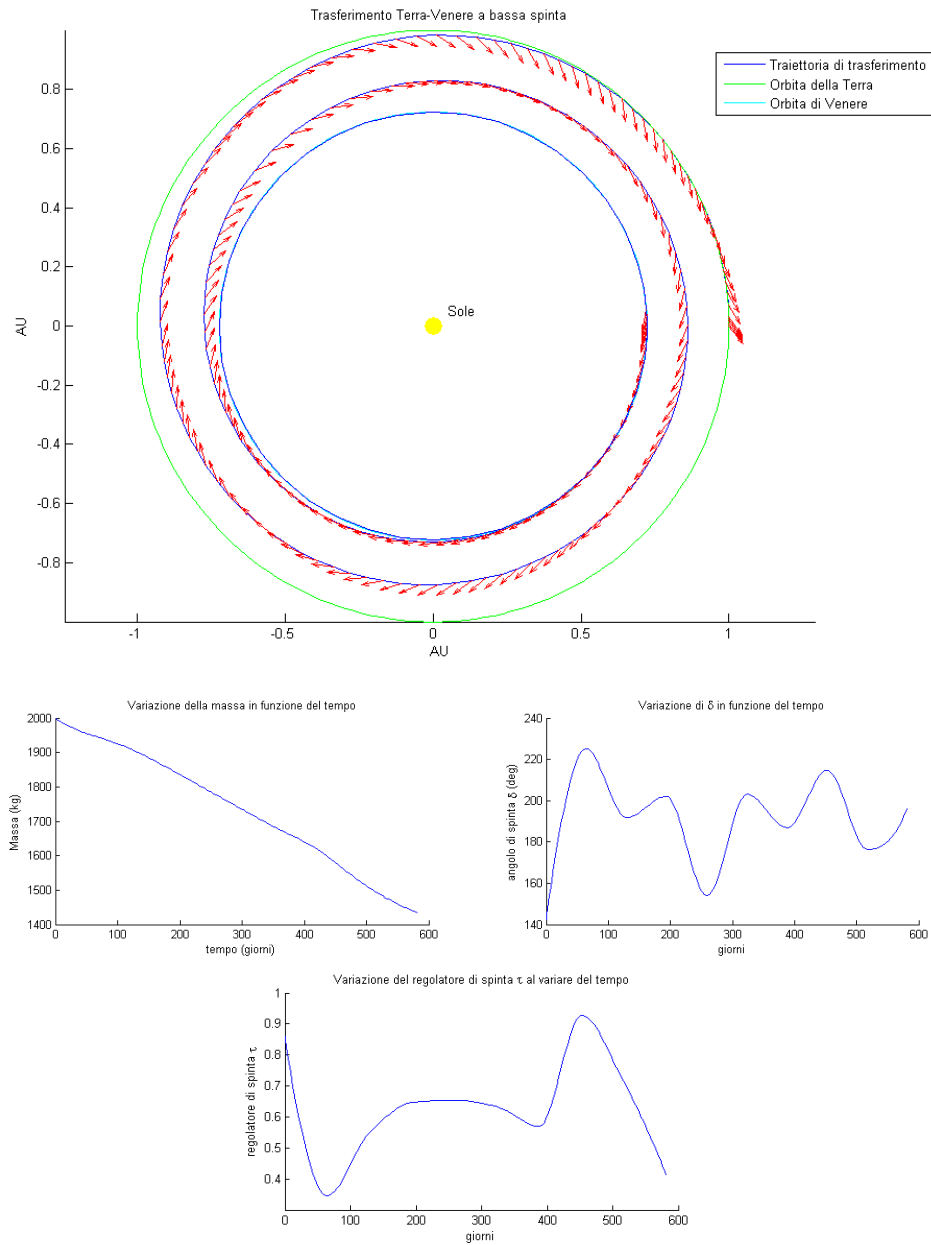


Fig. 5.6 - Trasferimento Terra-Venere a P costante e a T variabile.

5.2.5 Analisi di trasferimenti Terra-Marte e Terra-Venere attraverso l'utilizzo di funzioni di fitness con pesi adattabili

Le simulazioni effettuate nei paragrafi 5.2.3 e 5.2.4 sono state effettuate utilizzando funzioni di fitness con pesi statici. La difficoltà delle funzioni di fitness con pesi statici consiste nell'assegnare un determinato valore a tali pesi. La strada alternativa seguita nel presente lavoro è stata quella di considerare funzioni di fitness con pesi adattabili. Come abbiamo già visto nel capitolo 3, i pesi associati alla funzione di fitness sono modificati dopo ogni generazione. La funzione di fitness utilizzata è:

$$f = m_{prop} + \lambda_1 \cdot \delta r + \lambda_2 \cdot (\delta v_r + \delta v_\theta) \quad (5.4)$$

e i pesi sono modificati in modo tale che:

$$\lambda_i(t+1) = \begin{cases} (1/\beta_1) \cdot \lambda_i(t) & \text{caso \#1} \\ \beta_2 \cdot \lambda_i(t) & \text{caso \#2} \\ \lambda_i(t) & \text{altrove} \end{cases}$$

dove *caso #1* indica la situazione in cui il veicolo si trova dentro la sfera di influenza del pianeta obiettivo e il vincolo relativo alla velocità è rispettato e il *caso #2* indica la situazione in cui il veicolo si trova fuori la sfera di influenza del pianeta obiettivo e il vincolo relativo alla velocità non è rispettato. La scelta che va effettuata in questo caso è quella dei parametri β_1 e β_2 . Arbitrariamente sono stati scelti i valori $\beta_1 = 2$ e $\beta_2 = 1,5$. Questa scelta dei parametri β_1 e β_2 è stata fatta considerando che se vengono eseguite 100 generazioni e si verifica sempre il caso #2 per 100 volte, il peso assume un valore pari a circa $1,3 \cdot 10^{30}$. Come abbiamo visto dalla precedente analisi non ci sono stati pesi così elevati, quindi si presuppone che questi non possano mai arrivare ad un valore così alto.

Le prove effettuate con questo metodo per ottimizzare la massa per trasferimenti Terra-Marte sono riassunte nella seguente tabella:

*Capitolo 5 - Applicazione degli algoritmi
genetici al modello matematico*

	Impostazioi GA	t_{TOF} (giorni)	m_{prop}	δr (km)	δv_r (km/s)	δv_θ (km/s)
P costante T costante	<i>PopSize = 100 Gen = 100 Mesh = 10</i>	442,123	686,74	415138	0,0018	0,0019
P costante T costante	<i>PopSize = 100 Gen = 200 Mesh = 50</i>	437,38	679,36	578709	0,0547	0,5843
P costante T variabile	<i>PopSize = 100 Gen = 200 Mesh = 10</i>	550,55	528,53	296725	0,0219	0,6904
P costante T costante	<i>PopSize = 100 Gen = 200 Mesh = 50</i>	801,02	625,87	370196	0,0008	0,0057

Tab. 5.5 - Risultati dei trasferimenti Terra-Marte di minima massa con funzioni di fitness con pesi adattabili.

Dalla Tab. 5.5 si osserva una non convergenza dell'algoritmo, indipendentemente dal fatto che si siano usati diverse valori per le impostazioni del GA come la dimensione della popolazione (*PopSize*) il numero di generazioni (*Gen*) o il numero dei punti di mesh (*Mesh*). Questo è dovuto al fatto che alla fine di ogni generazione i pesi vengono modificati. Consideriamo il trasferimento corrispondente alla terza riga della Tab. 5.5 e riportiamo l'andamento del peso λ_1 associato alla posizione nella Fig. 5.7:

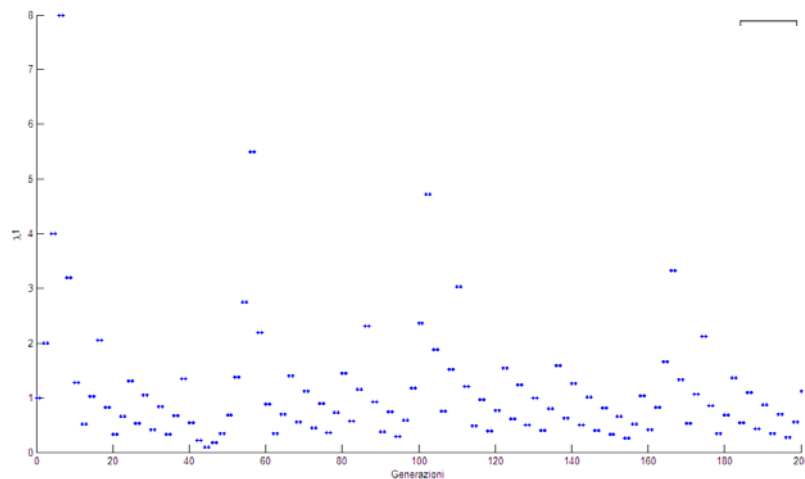


Fig. 5.7 - Andamento del peso λ_1 con il numero di generazioni.

*Utilizzo di algoritmi genetici per ottimizzazioni
di trasferimenti interplanetari a bassa spinta*

Nella Fig. 5.7 si osserva un andamento del peso molto variabile. Il motivo di ciò è dovuto al fatto che se il peso alla generazione k soddisfa il vincolo, alla generazione $k+1$ questo viene modificato e come conseguenza potrebbe non soddisfare più il vincolo. Si nota, da qui, la chiara dipendenza della soluzione di ottimo dal numero di generazioni. Infatti, basterebbe arrestare l'algoritmo alla generazione in cui il peso soddisfa il vincolo. Però, utilizzando un metodo del genere ci sarà bisogno di un numero di prove sufficienti a determinare la generazione che fornisce la soluzione di ottimo. Constatando, dunque, che bisogna effettuare numerose prove per trovare una soluzione che soddisfa i vincoli e che sia di ottimo, come per il caso precedente questo metodo si rivela troppo lungo da attuare... e va fatto a mano!.

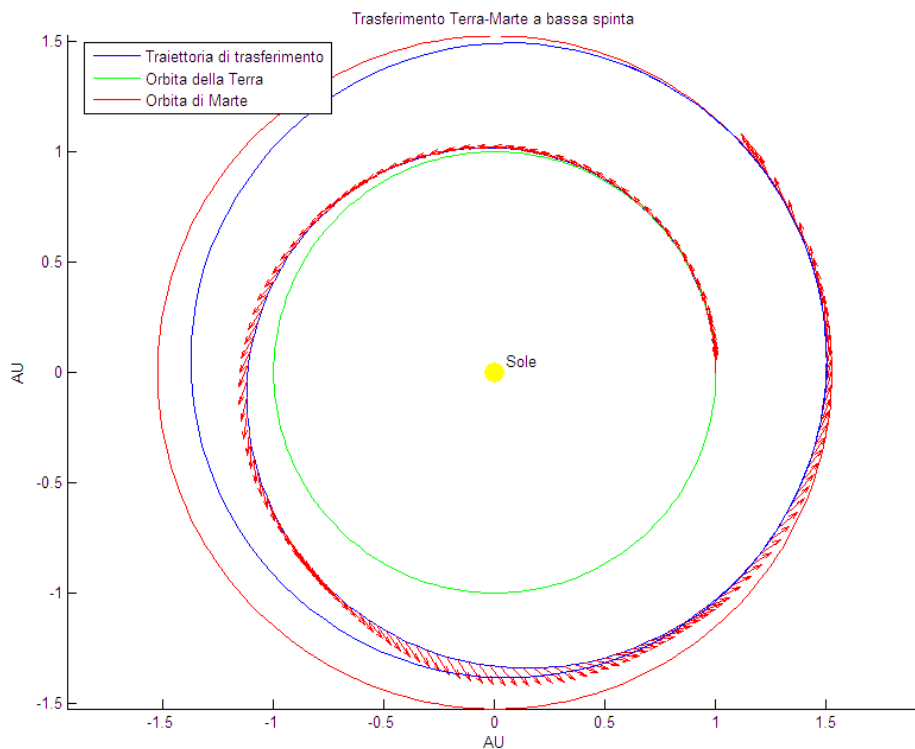


Fig. 5.8 - Trasferimento Terra-Marte di minima massa con funzione di fitness con pesi adattabili.

*Capitolo 5 - Applicazione degli algoritmi
genetici al modello matematico*

In Fig. 5.8 si riporta il trasferimento corrispondente alla terza riga della Tab. 5.5. Il veicolo effettua il trasferimento in 550 giorni con un consumo di massa di propellente pari al 26% della massa iniziale. Sebbene l'errore relativo alla posizione risulta soddisfacente (il veicolo si trova dentro la sfera di influenza di Marte), gli errori relativi alle velocità sono troppo elevati e prolungando l'orbita del veicolo balisticamente dopo la fase di sparo questo non rimane nell'intorno dell'orbita di Marte.

Le prove effettuate per trasferimenti Terra-Venere di minima massa sono riassunte in Tab. 5.6:

	Impostazioni GA	t_{TOF} (giorni)	m_{prop}	δr (km)	δv_r (km/s)	δv_θ (km/s)
P costante T costante	<i>PopSize = 100 Gen = 200 Mesh = 50</i>	408,916	635,16	0	0.0014	0.1259
P variabile T costante	<i>PopSize = 100 Gen = 200 Mesh = 10</i>	269,454	418,53	852005	$5.4 \cdot 10^{-6}$	0.0004
P variabile T variabile	<i>PopSize = 100 Gen = 200 Mesh = 50</i>	540,554	424,84	546333	0,0033	0,0768

Tab. 5.6 - Risultati dei trasferimenti Terra-Venere di minima massa con funzioni di fitness con pesi adattabili.

Consideriamo il caso del trasferimento Terra-Venere con potenza variabile e spinta variabile corrispondente all'ultima riga della Tab. 5.6. Il veicolo effettua il trasferimento in 540 giorni con un consumo di massa di propellente pari al 21% della massa iniziale. In questo caso, i vincoli di missione sono rispettati: il veicolo si trova dentro la sfera di influenza di Venere anche se l'errore relativo alla posizione è abbastanza alto e i vincoli relativi alla velocità radiale e tangenziale sono inferiori a 0,1 km/s.

Anche in questo caso si riporta in Fig. 5.9 l'andamento del peso relativo alla posizione con il numero di generazioni e si osserva un andamento molto variabile. In questo caso, però, il numero delle generazioni si è rivelato essere compatibile con la soluzione di ottimo.

In Fig. 5.10 si riporta l'orbita di trasferimento per il caso considerato.

*Utilizzo di algoritmi genetici per ottimizzazioni
di trasferimenti interplanetari a bassa spinta*

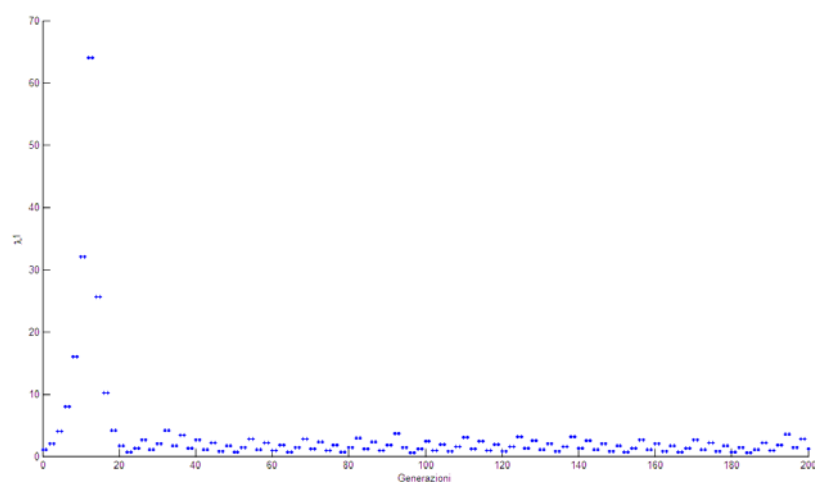


Fig. 5.9 - Andamento del peso λ_1 con il numero di generazioni.

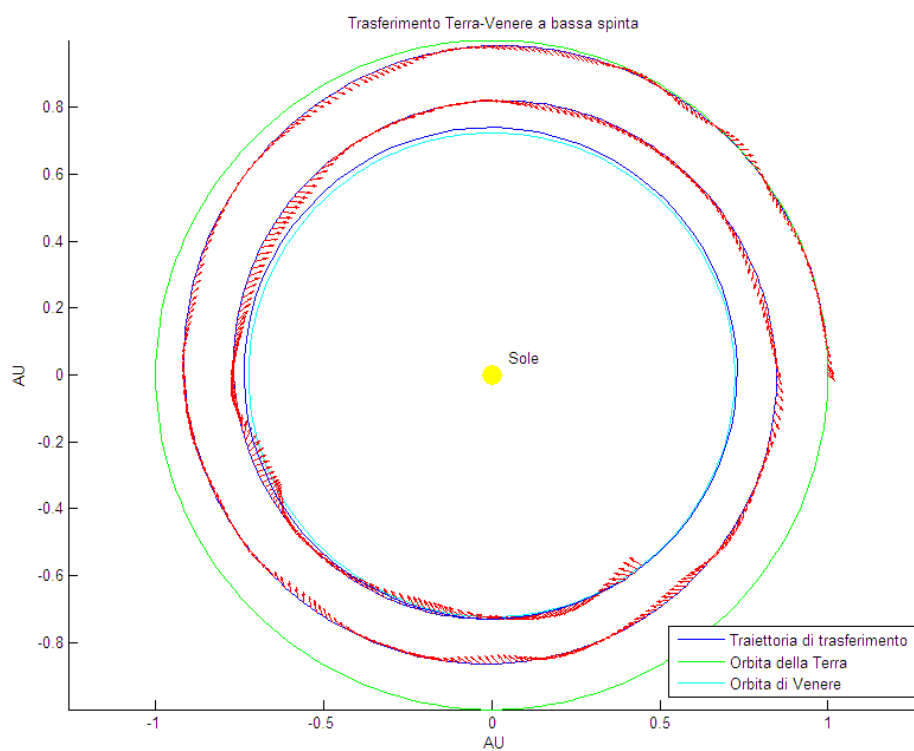


Fig. 5.10 - Trasferimento Terra-Venere di minima massa con funzione di fitness con pesi adattabili.

Da questa analisi e da quella precedente si osserva la dipendenza della soluzione dal numero di generazioni: se per il trasferimento Terra-Venere invece di effettuare 100 generazioni ne fossero state effettuate 101 probabilmente la soluzione non avrebbe soddisfatto i vincoli di missione. Se per il trasferimento Terra-Marte fossero state effettuate 101 generazioni invece di 100, forse la soluzione avrebbe soddisfatto i vincoli di missione.

5.2.6 Analisi di trasferimenti Terra-Marte e Terra-Venere attraverso l'utilizzo di funzioni di fitness con pesi variabili

Dalle analisi precedentemente effettuate appare chiaro che per ottenere soluzioni di ottimo per trasferimenti Terra-Marte e Terra-Venere senza il bisogno di dover modificare le impostazioni dell'algoritmo genetico occorre trovare dei criteri che modificano in maniera adeguata i pesi della funzione di fitness. La fitness utilizzata per effettuare ottimizzazioni di trasferimenti di minima massa è:

$$f = m_{prop} + \lambda_1 \cdot \delta r + \lambda_2 \cdot (\delta v_r + \delta v_\theta) \quad (5.5)$$

Mentre la fitness utilizzata per effettuare ottimizzazioni di trasferimenti di minimo tempo è:

$$f = t_{TOF} + \lambda_1 \cdot \delta r + \lambda_2 \cdot (\delta v_r + \delta v_\theta) \quad (5.6)$$

Il primo vincolo che deve essere rispettato è quello relativo alla posizione, quindi, viene fatto variare prima il peso λ_1 incrementandolo di un valore β se il veicolo si trova fuori la sfera di influenza del pianeta obiettivo. Durante la variazione di λ_1 il peso λ_2 resta costante. Una volta soddisfatto il vincolo relativo alla posizione, il secondo vincolo da rispettare è quello relativo alla velocità perciò il peso λ_1 resta costante mentre il peso λ_2 viene incrementato del valore β . Una volta che entrambi i vincoli sono soddisfatti e i pesi sono noti, l'algoritmo genetico ricerca la soluzione di ottimo. Può capitare che per un determinato valore di λ_1 non esista alcun valore di λ_2 che soddisfa anche il vincolo relativo alla velocità. Perciò se il vincolo λ_2 risulta essere n volte maggiore di λ_1 , allora λ_1 viene incrementato ulteriormente e λ_2

*Utilizzo di algoritmi genetici per ottimizzazioni
di trasferimenti interplanetari a bassa spinta*

riportato al valore di inizio iterazione. Tale metodo di variazione dei pesi funziona per le analisi dei trasferimenti effettuati.

Una prima analisi è stata effettuata per trovare il valore di β che incrementa i pesi ed è stata effettuata per problemi di ottimizzazioni di trasferimenti Terra-Venere di minima massa. Il veicolo considerato ha una massa iniziale $m_0 = 2000$ kg, è sottoposto ad una accelerazione in modulo pari a $1,5 \cdot 10^{-4}$ m/s² ed è dotato di un propulsore avente un impulso specifico di 1700 s. Le impostazioni dell'algoritmo genetico sono:

- Punti di mesh = 10;
- Dimensione della popolazione = 100;
- Generazioni = 100;
- Funzione di selezione di tipo tournament
- Crossover = 0,8;
- Funzione di mutazione di tipo Adaptive Feasible;
- Frazione di migrazione = 0,2;
- Intervallo di migrazione = 1;
- Elite Counter = 2.

Il criterio utilizzato per arrestare l'algoritmo è il completamento di tutte le generazioni. L'analisi è stata effettuata considerando la potenza variabile con la distanza dal Sole e la spinta variabile a seconda del parametro τ . Sono stati scelti tre parametri e per ognuno di essi è stata effettuata la ricerca della soluzione di ottimo. I risultati sono riportati in Tab. 5.7:

*Capitolo 5 - Applicazione degli algoritmi
genetici al modello matematico*

	Pesi	t_{TOF} (giorni)	m_{prop}	δr (km)	δv_r (km/s)	δv_θ (km/s)
$\beta = 1,1$	$\lambda_1 = 3,7975$ $\lambda_2 = 6,1159$	271,653	500,81	261088	$1,66 \cdot 10^{-5}$	0,46075
$\beta = 1,5$	$\lambda_1 = 2,75$ $\lambda_2 = 1,75$	286,71	561,62	3418,8	$1,02 \cdot 10^{-7}$	$2 \cdot 10^{-5}$
$\beta = 2$	$\lambda_1 = 2,75$ $\lambda_2 = 1,75$	298,27	563,96	26130	$1,86 \cdot 10^{-5}$	0,00428

Tab. 5.7 - Risultati di delle simulazioni Terra-Venere di minima massa con valori di β diversi.

Analizzando la soluzione con $\beta = 1,1$ si osserva che il vincolo rispetto alla posizione è rispettato mentre quello rispetto alla velocità no. Osservando la Fig. 5.11 dove è riportato l'andamento dei pesi con l'avanzare delle generazioni si nota che il motivo di ciò sta nel fatto che il valore per cui si incrementa il peso è troppo piccolo e nell'arco di 100 generazioni non si riesce a trovare una combinazione giusta di pesi che calcola una soluzione di ottimo. Se vengono aumentate le generazioni l'algoritmo avrebbe l'opportunità di incrementare ulteriormente i pesi e dunque riuscirebbe a trovare una combinazione soddisfacente i vincoli.

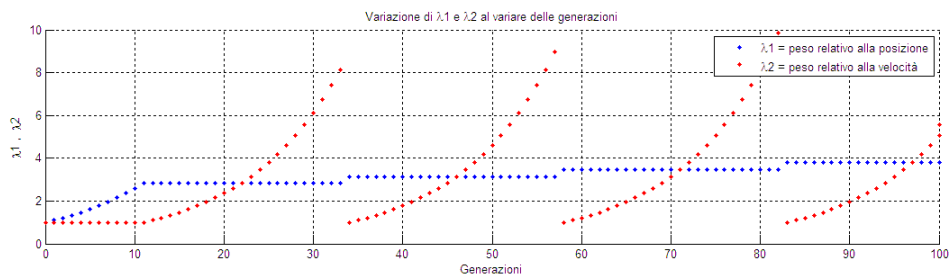


Fig. 5.11 - Andamento dei pesi al variare delle generazioni con $\beta = 1,1$.

Per $\beta = 1,5$ i vincoli di posizione e velocità sono rispettati e l'andamento dei pesi è quello riportato in Fig. 5.12:

Utilizzo di algoritmi genetici per ottimizzazioni di trasferimenti interplanetari a bassa spinta

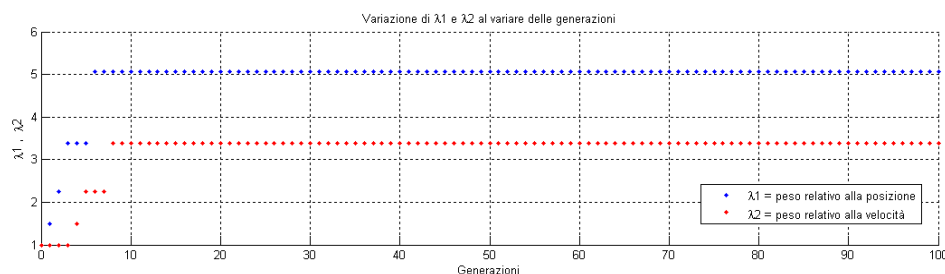


Fig. 5.12 - Andamento dei pesi al variare delle generazioni con $\beta = 1,5$.

Anche per $\beta = 2$ i vincoli di posizione e velocità sono rispettati ma come si nota dalla Tab. 5.7 gli errori relativi a posizione e velocità sono maggiori rispetto al caso in cui $\beta = 1,5$. L'andamento dei pesi è quello riportato in Fig. 5.13:

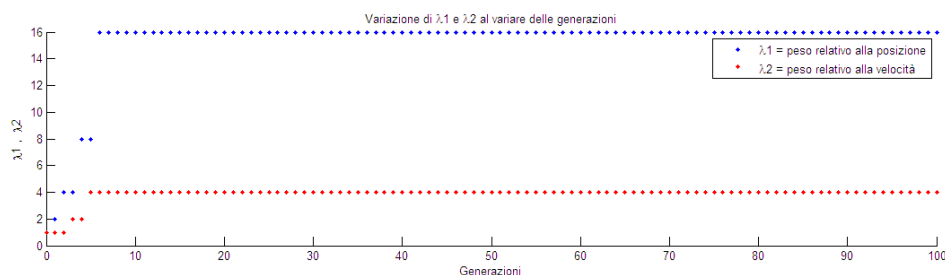


Fig. 5.13 - Andamento dei pesi al variare delle generazioni con $\beta = 2$.

A seguito di questa analisi dei pesi, nelle simulazioni successive si assumerà un valore di $\beta = 1,5$ poiché tale valore sembra soddisfare meglio i vincoli di missione.

Trasferimenti Terra-Marte

Utilizzando l'equazione (5.5) è stata effettuata l'analisi di trasferimenti Terra-Marte per ricercare orbite di minima massa. I dati relativi al veicolo, alle accelerazioni che subisce e le impostazioni dell'algoritmo genetico sono gli stessi del caso precedente con l'eccezione che è stato usato un numero di punti di mesh pari a 25, la dimensione della popolazione pari a 250 e le generazioni pari a 100. I risultati sono riassunti in Tab. 5.8:

*Capitolo 5 - Applicazione degli algoritmi
genetici al modello matematico*

	Pesi	t_{TOF} (giorni)	m_{prop}	δr (km)	δv_r (km/s)	δv_θ (km/s)
P costante T costante	$\lambda_1 = 86,497$ $\lambda_2 = 57,665$	443,665	689,13	0	0,00025	0,00044
P costante T variabile	$\lambda_1 = 17,086$ $\lambda_2 = 11,391$	463,035	657,14	189,72	$5,31 \cdot 10^{-5}$	0,00021
P variabile T costante	$\lambda_1 = 2216,8$ $\lambda_2 = 1477,9$	592,819	646,16	8137,5	0,01011	0,1412
P variabile T variabile	$\lambda_1 = 5,3782$ $\lambda_2 = 3,8416$	715,167	612,48	303,20	0,00024	$5,6 \cdot 10^{-5}$

Tab. 5.8 - Risultati dei trasferimenti Terra-Marte di minima massa.

Dai risultati della Tab. 5.8 si osserva che la minor massa di propellente consumata risulta considerando la potenza variabile e la spinta variabile. La massa di propellente consumata risulta essere circa il 30% della massa iniziale e il tempo di trasferimento di 715 giorni. In Fig. 5.14 si riporta l'orbita di trasferimento e le variazioni della massa, dell'angolo di sparo, della variabile che controlla la spinta e della potenza.

Se si confrontano i risultati dei trasferimenti di questo metodo con il metodo della funzione di fitness con pesi statici si osserva che il metodo con i pesi variabili funziona in maniera più efficace (Tab.5.9):

*Utilizzo di algoritmi genetici per ottimizzazioni
di trasferimenti interplanetari a bassa spinta*

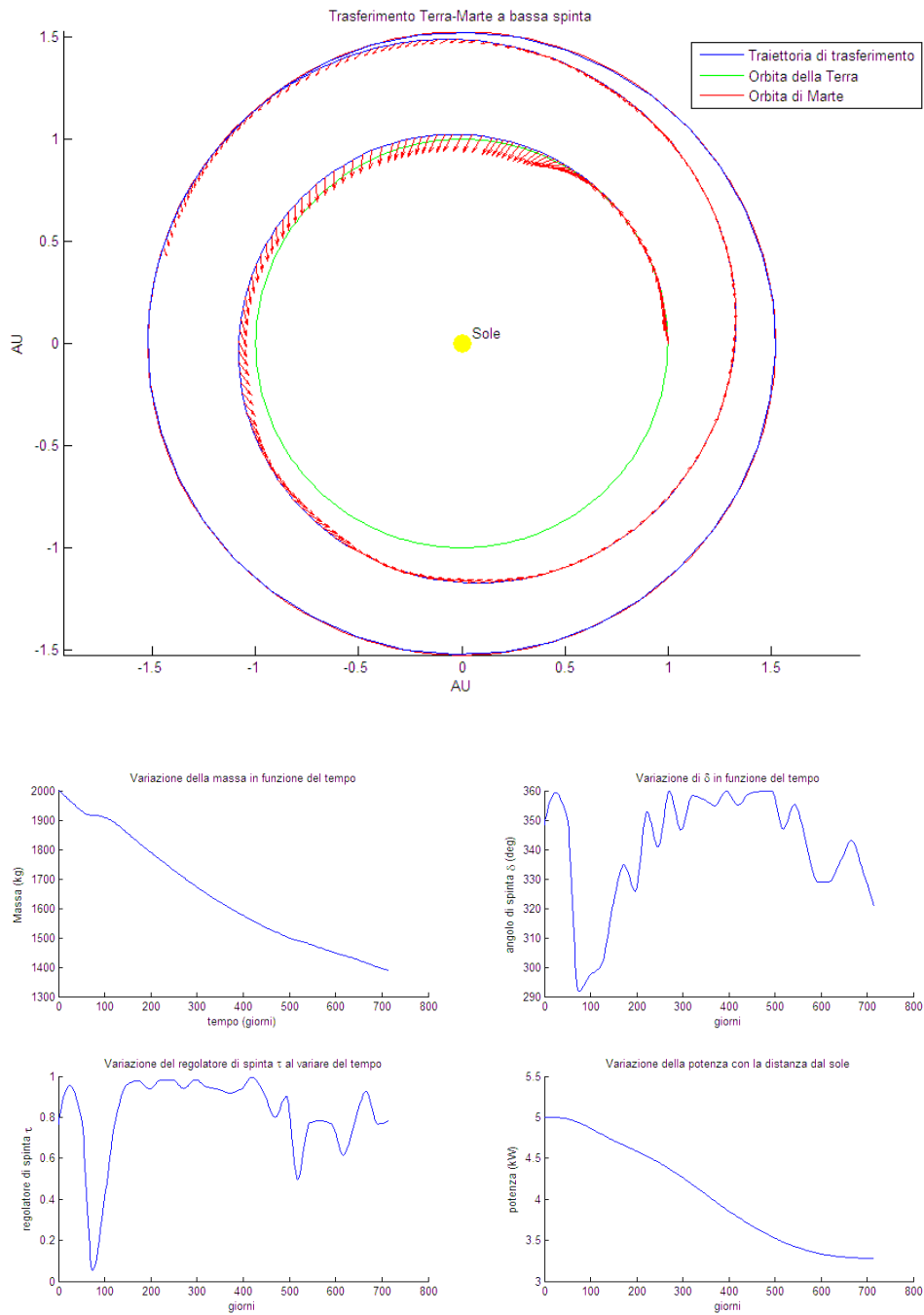


Fig. 5.14 - Orbita di trasferimento Terra-Marte di minima massa a P variabile e a T variabile, e grafici della variazione di massa, dell'angolo di sparo, del regolatore di spinta e della potenza.

*Capitolo 5 - Applicazione degli algoritmi
genetici al modello matematico*

	Funzione di fitness con pesi statici	Funzione di fitness con pesi variabili		Funzione di fitness con pesi statici	Funzione di fitness con pesi variabili
	P costante T costante	P costante T costante		P costante T variabile	P costante T variabile
t_{TOF} (giorni)	491,5057	443,665	t_{TOF} (giorni)	597,8749	463,035
m_{prop}	38% della massa iniziale	34% della massa iniziale	m_{prop}	35% della massa iniziale	32% della massa iniziale

Tab. 5.9 - Confronto dei metodi delle le funzioni di fitness con pesi statici e con pesi variabili.

Utilizzando l'equazione (5.6) è stata effettuata l'analisi di trasferimenti Terra-Marte di minimo tempo:

	Pesi	t_{TOF} (giorni)	m_{prop}	δr (km)	δv_r (km/s)	δv_θ (km/s)
P costante T costante	$\lambda_1 = 38,443$ $\lambda_2 = 25,629$	439,451	682,59	208,06	0.00025	0.03574
P costante T variabile	$\lambda_1 = 25,629$ $\lambda_2 = 25,629$	452,697	662,43	142,97	$5,70 \cdot 10^{-5}$	$4,7 \cdot 10^{-5}$
P variabile T costante	$\lambda_1 = 11,391$ $\lambda_2 = 5,0625$	609,274	655,34	120,76	0,00015	0,03166
P variabile T variabile	$\lambda_1 = 17,086$ $\lambda_2 = 17,086$	676,414	675,99	58,647	$2,61 \cdot 10^{-6}$	$3,5 \cdot 10^{-5}$

Tab. 5.10 - Risultati dei trasferimenti Terra-Marte di minimo tempo.

I risultati della Tab. 5.10 evidenziano che il trasferimento che impiega minor tempo per raggiungere Marte è quello con potenza costante e spinta costante. Il tempo di trasferimento è di 439 giorni mentre la massa di propellente consumato è circa il 34% della massa iniziale. In Fig. 5.15 si riportano i risultati del trasferimento.

*Utilizzo di algoritmi genetici per ottimizzazioni
di trasferimenti interplanetari a bassa spinta*

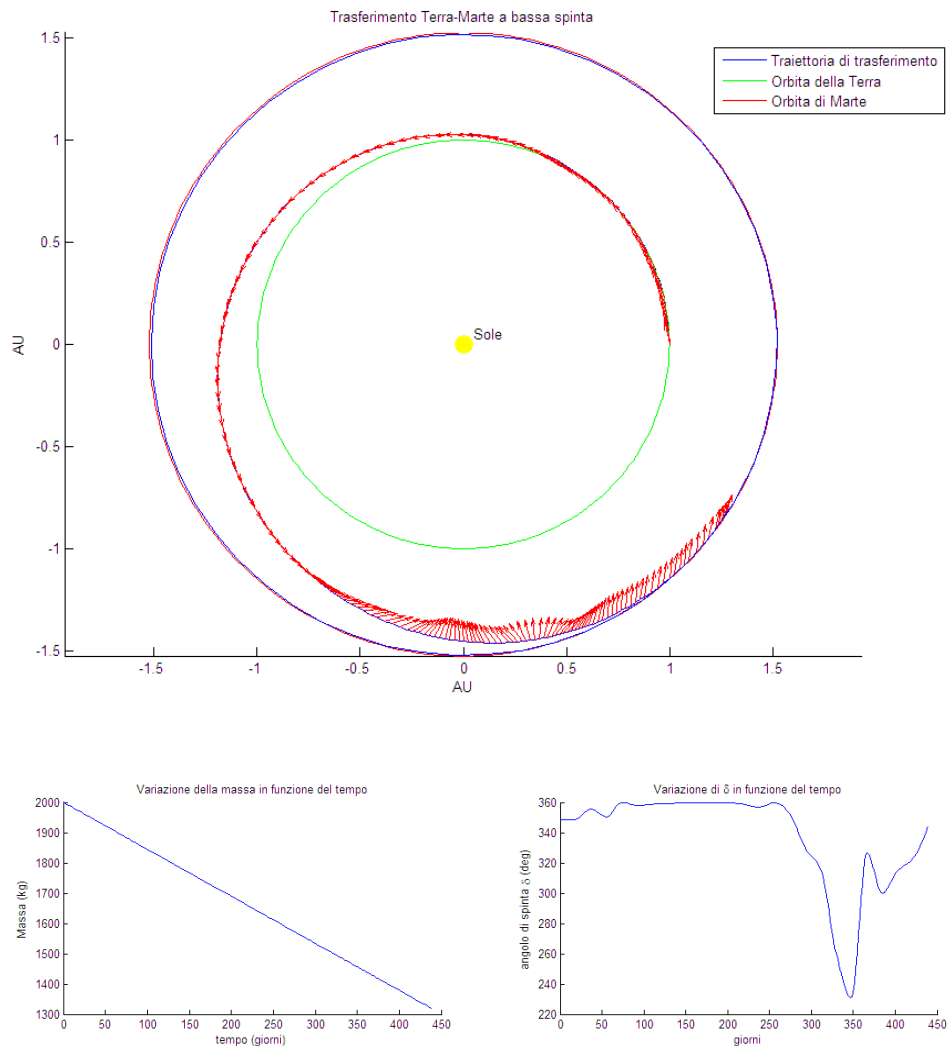


Fig. 5.15 - Orbita di trasferimento Terra-Marte di minimo tempo a P costante e a T costante, e grafici della variazione di massa e dell'angolo di sparo.

Trasferimenti Terra-Venere

Seguendo il procedimento sin qui effettuato sono state calcolate le orbite di trasferimento Terra-Venere di minima massa. I risultati sono riassunti nella seguente tabella:

*Capitolo 5 - Applicazione degli algoritmi
genetici al modello matematico*

	Pesi	t_{TOF} (giorni)	m_{prop}	δr (km)	δv_r (km/s)	δv_θ (km/s)
P costante T costante	$\lambda_1 = 3,375$ $\lambda_2 = 2,25$	393,329	610,95	323,80	$9,66 \cdot 10^{-6}$	$8,5 \cdot 10^{-6}$
P costante T variabile	$\lambda_1 = 5,0625$ $\lambda_2 = 3,375$	434,645	580,81	345,39	$1,46 \cdot 10^{-5}$	$8,0 \cdot 10^{-5}$
P variabile T costante	$\lambda_1 = 3,375$ $\lambda_2 = 1,5$	270,672	563,38	44,46	$8,59 \cdot 10^{-6}$	0,02186
P variabile T variabile	$\lambda_1 = 5,0625$ $\lambda_2 = 3,375$	295,200	556,12	1288,3	$3,88 \cdot 10^{-5}$	0.00027

Tab. 5.11 - Risultati dei trasferimenti Terra-Venere di minima massa.

Dai risultati della Tab. 5.11 si osserva che la minor massa di propellente consumata risulta considerando la potenza variabile e la spinta variabile. La massa di propellente consumata risulta essere circa il 28% della massa iniziale e il tempo di trasferimento di 295 giorni. In Fig. 5.16 si riporta l'orbita di trasferimento e le variazioni della massa, dell'angolo di sparo, della variabile che controlla la spinta e della potenza.

Se si confrontano i risultati dei trasferimenti di questo metodo con il metodo della funzione di fitness con pesi statici si osserva che i metodi in questo caso sono pressappoco equivalenti (Tab.5.12):

*Utilizzo di algoritmi genetici per ottimizzazioni
di trasferimenti interplanetari a bassa spinta*

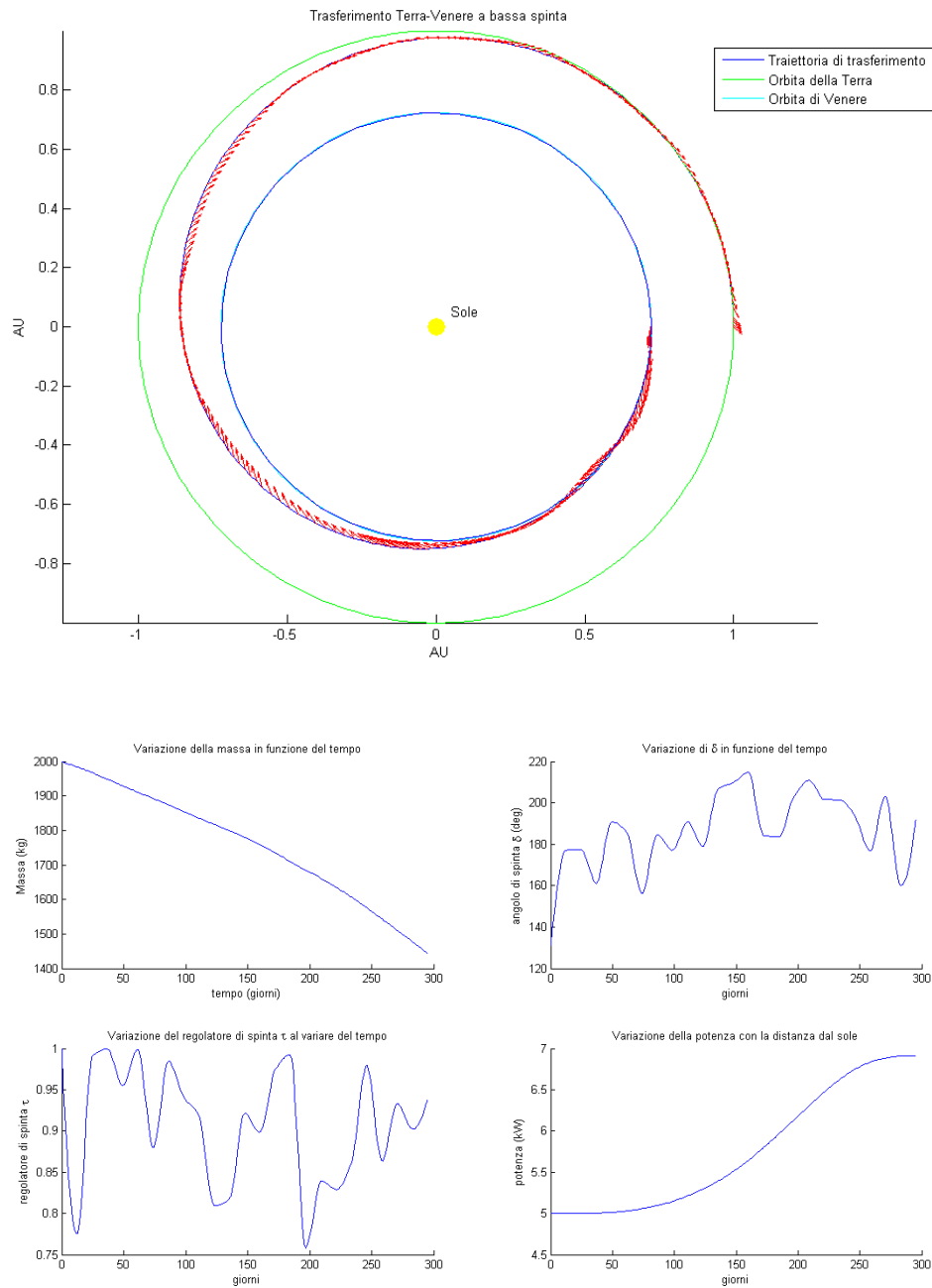


Fig. 5.16 - Orbita di trasferimento Terra-Venere di minima massa a P variabile e a T variabile, e grafici della variazione di massa, dell'angolo di sparo, del regolatore di spinta e della potenza.

*Capitolo 5 - Applicazione degli algoritmi
genetici al modello matematico*

	Funzione di fitness con pesi statici	Funzione di fitness con pesi variabili		Funzione di fitness con pesi statici	Funzione di fitness con pesi variabili
	P costante T costante	P costante T costante		P costante T variabile	P costante T variabile
t_{TOF} (giorni)	389,541	393,329	t_{TOF} (giorni)	582,009	434,645
m_{prop}	30% della massa iniziale	30% della massa iniziale	m_{prop}	28% della massa iniziale	29% della massa iniziale

Tab. 5.12 - Confronto dei metodi delle le funzioni di fitness con pesi statici e con pesi variabili per trasferimenti Terra-Venere di minima massa.

Utilizzando l'equazione (5.6) si calcolano i trasferimenti Terra-Venere di minimo tempo:

	Pesi	t_{TOF} (giorni)	m_{prop}	δr (km)	δv_r (km/s)	δv_θ (km/s)
P costante T costante	$\lambda_1 = 7,5938$ $\lambda_2 = 3,375$	386,707	600,66	1342	0,00012	0,02148
P costante T variabile	$\lambda_1 = 129,74$ $\lambda_2 = 57,665$	407,823	619,72	50634	0,01143	0,0308
P variabile T costante	$\lambda_1 = 17,086$ $\lambda_2 = 11,391$	270,340	563,51	49,74	$1,92 \cdot 10^{-5}$	$1,3 \cdot 10^{-5}$
P variabile T variabile	$\lambda_1 = 25,629$ $\lambda_2 = 17,086$	286,907	565,69	171,75	$6 \cdot 10^{-6}$	$3,9 \cdot 10^{-6}$

Tab. 5.13 - Risultati dei trasferimenti Terra-Venere di minimo tempo.

I risultati della Tab. 5.13 evidenziano che il trasferimento che impiega minor tempo per raggiungere Venere è quello con potenza variabile e spinta costante. Il tempo di trasferimento è di 270 giorni mentre la massa di propellente consumato è circa il 28% della massa iniziale. In Fig. 5.17 si riportano i risultati del trasferimento.

*Utilizzo di algoritmi genetici per ottimizzazioni
di trasferimenti interplanetari a bassa spinta*

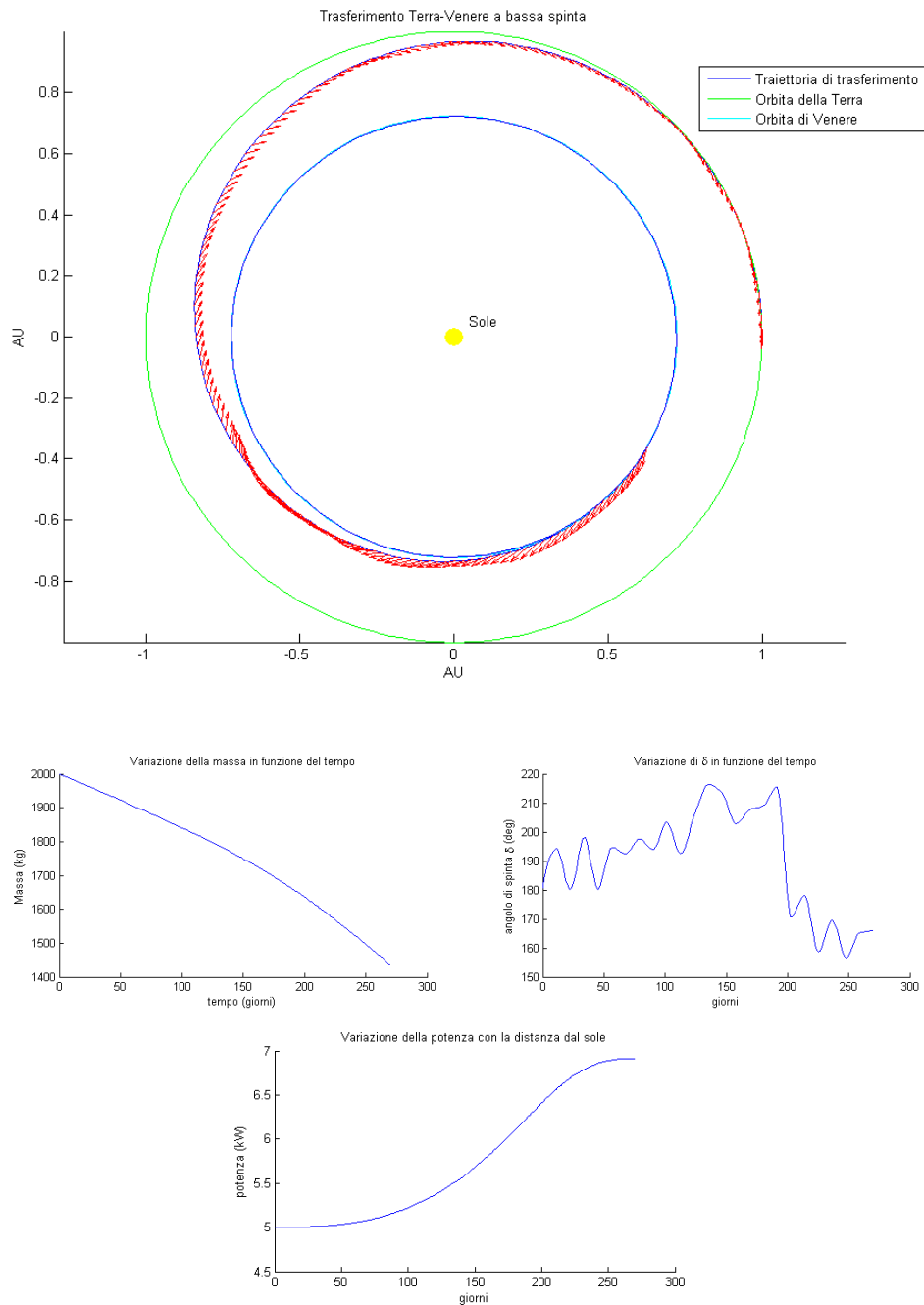


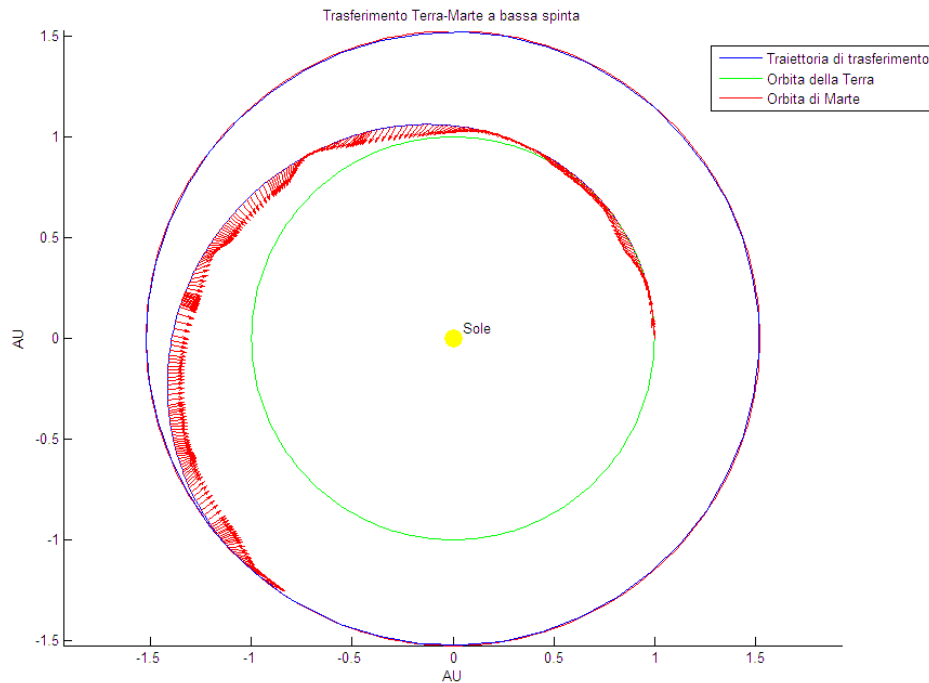
Fig. 5.17 - Orbita di trasferimento Terra-Venere di minimo tempo a P variabile e a T costante, e grafici della variazione di massa, dell'angolo di sparo e della potenza.

5.2.7 Utilizzo del programma di calcolo utilizzando accelerazioni diverse da quelle considerate finora

Le simulazioni effettuate finora sono state fatte utilizzando sempre le stesse caratteristiche per il veicolo spaziale e utilizzando sempre le stesse accelerazioni. La domanda che ci si può porre è se il programma di calcolo funziona utilizzando caratteristiche diverse e accelerazioni diverse. Per questo motivo è stata analizzata la situazione in cui il veicolo, in accordo con [27], ha massa iniziale $m_0 = 5000$ kg, è soggetto ad una accelerazione iniziale pari a $4,07 \cdot 10^{-4}$ m/s² ed è dotato di un propulsore avente un impulso specifico di 5000 s. Il trasferimento Terra-Marte è stato effettuato considerando la potenza costante e la spinta costante. I risultati sono riassunti in Tab. 5.14 e in Fig. 5.18.

	Pesi	t_{TOF} (giorni)	m_{prop}	δr (km)	δv_r (km/s)	δv_θ (km/s)
P costante	$\lambda_1 = 86,498$	303,885	1091,30	102,23	0,00057	0,01352
T costante	$\lambda_2 = 38,443$					

Tab. 5.14 - Risultato del trasferimento Terra-Marte.



*Utilizzo di algoritmi genetici per ottimizzazioni
di trasferimenti interplanetari a bassa spinta*

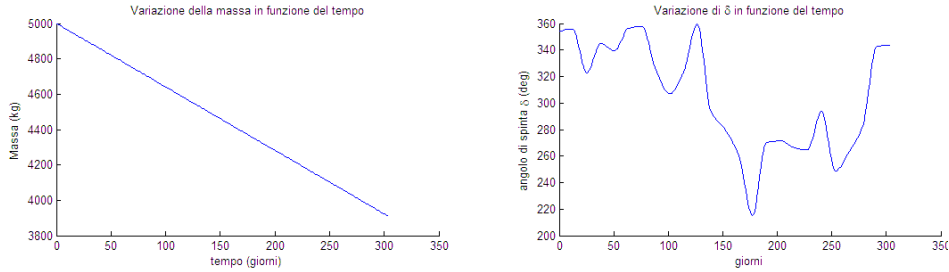


Fig. 5.18 - Orbita di trasferimento (pagina precedente) e variazione della massa e dell'angolo di sparo.

Il massa di propellente che serve per effettuare il trasferimento è circa il 22% della massa iniziale del veicolo mentre il tempo di trasferimento è di 303 giorni.

5.3 Analisi di trasferimenti interplanetari del modello tridimensionale

Il accordo con quanto detto nel capitolo 4, è stata effettuata un analisi di trasferimenti Terra-Marte e Terra-Venere di minima massa considerando le perturbazioni della Terra e del pianeta obiettivo e calcolando le posizioni dei pianeti attraverso l'uso delle effemeridi.

Il vettore di stato viene modificato e vengono aggiunti dei nuovi gene:

$$\vec{X} = [\delta_1, \dots, \delta_n, \phi_1, \dots, \phi_n, \tau_1, \dots, \tau_n, JC_0, t_{TOF}]$$

dove

δ è l'angolo di sparo nel piano parallelo al piano X-Y;

ϕ è l'angolo di sparo fuori dal piano parallelo al piano X-Y;

τ è il regolatore di spinta;

JC_0 è la data iniziale di partenza;

t_{TOF} è il tempo necessario per il trasferimento.

Capitolo 5 - Applicazione degli algoritmi genetici al modello matematico

La funzione di fitness utilizzata per minimizzare la massa è:

$$f = m_{prop} + \lambda_1 \cdot \delta R + \lambda_2 \cdot \delta V$$

dove

δR è l'errore rispetto alla posizione;

δV è l'errore rispetto alla velocità.

L'analisi effettuata rivela più lunga in termini di tempo di calcolo, inoltre, bisogna dare un intervallo di tempo in cui confinare i valori del vettore di stato. Mentre l'intervallo dei valori di δ e ϕ è $[0, 2\pi]$, di τ è $[0, 1]$, di t_{TOF} è $[200, 800]$ giorni, resta da definire l'intervallo di valori che può assumere JC_0 . Il valore di JC_0 si rivela essere determinante ai fini della soluzione di ottimo e l'idea è quella di definirlo in un intervallo di tempo di uno o un multiplo del periodo sinodico del pianeta obiettivo. La soluzione di ottimo, però, risulta essere molto sensibile al valore di JC_0 indipendentemente dall'intervallo che può assumere durante l'esecuzione del programma di calcolo. Per trovare una soluzione, infatti, si dà all'algoritmo una data in cui il veicolo arriva molto vicino al pianeta obiettivo sparando in maniera tangenziale per tutta la durata del trasferimento. In questo modo è possibile calcolare una soluzione tuttavia l'algoritmo genetico non è sfruttato nel pieno delle sue potenzialità di ottimizzatore globale. Infatti la soluzione che viene calcolata è una soluzione di minimo locale, nel senso che l'algoritmo esplora solo una parte della regione delle possibili soluzioni trascurando altre regioni che potrebbero contenere soluzioni migliori. È stato considerato un trasferimento Terra-Marte con potenza variabile e spinta variabile con un veicolo di massa iniziale di 2000 kg, sottoposto ad una accelerazione iniziale in modulo pari a $1,5 \cdot 10^{-4} \text{ m/s}^2$ e dotato di un propulsore avente un impulso specifico di 1700 s. Sono state effettuate simulazioni considerando intervalli di date di partenza diversi, in particolare, per trasferimenti **Terra-Marte** è stato assunto come intervallo delle partenze possibili frazioni o multipli del periodo sinodico (il periodo sinodico è il tempo richiesto da un corpo del Sistema Solare, come un pianeta o un veicolo spaziale, per ritornare nella stessa posizione relativa al Sole dopo un'orbita, visti da un osservatore sulla Terra):

*Utilizzo di algoritmi genetici per ottimizzazioni
di trasferimenti interplanetari a bassa spinta*

- $1/4/2009 \pm \frac{1}{2}$ periodo sinodico;
- $1/4/2009 \pm 1$ periodo sinodico;
- $1/4/2009 \pm 1,5$ periodi sinodici.

Le impostazioni dell'algoritmo genetico sono:

- Punti di mesh = 25;
- Dimensione della popolazione = 250;
- Generazioni = 100;
- Funzione di selezione di tipo tournament;
- Crossover = 0,8;
- Funzione di mutazione di tipo Adaptive Feasible;
- Frazione di migrazione = 0,2;
- Intervallo di migrazione = 1;
- Elite Counter = 2.

Il criterio utilizzato per arrestare l'algoritmo è il completamento di tutte le generazioni.

I risultati ottenuti sono riassunti nella Tab. 5.15:

*Capitolo 5 - Applicazione degli algoritmi
genetici al modello matematico*

	Trasferimento 1	Trasferimento 2	Trasferimento 3
Intervallo data di partenza	$1/4/2009 \pm \frac{1}{2}$ periodo sinodico	$1/4/2009 \pm 1$ periodo sinodico	$1/4/2009 \pm 1,5$ periodi sinodici
Data di partenza	22/2/2009	10/2/2009	6/2/2009
Data di arrivo	30/1/2011	29/1/2011	15/1/2011
Pesi	$\lambda_1 = 3325, 2567$ $\lambda_2 = 291, 9293$	$\lambda_1 = 7481,8276$ $\lambda_2 = 2216,8378$	$\lambda_1 = 637621500,21$ $\lambda_2 = 1434648375,5$
t_{TOF} (giorni)	707,649	718,070	707,652
m_{prop} (kg)	673,55	663,55	655,69
δR (km)	100157	272567	566083
ΔV(km/s)	1,978	1,7511	2.5219

Tab. 5.15 - Risultato delle simulazioni.

Come si può osservare dalla Tab. 5.15, i risultati dei trasferimenti sono pressappoco simili per quanto riguarda tempo di trasferimento e consumo di propellente, indipendentemente dall'intervallo della data di partenza. Gli errori di posizione e velocità, però, aumentano in maniera significativa all'aumentare dell'intervallo delle possibili date di partenza.

Il confronto tra l'analisi del modello bidimensionale e l'analisi del modello tridimensionale del Trasferimento 1 è riportato in Tab. 5.16:

	t_{TOF} (giorni)	m_{prop} (kg)
Analisi del modello bidimensionale	715,167	612,48
Analisi del modello tridimensionale	707,649	673,55

Tab. 5.16 - Confronto tra l'analisi del modello bidimensionale e il modello tridimensionale.

La massa di propellente utilizzata per il trasferimento nel modello tridimensionale è circa il 34% della massa iniziale del veicolo mentre per il modello bidimensionale è circa il 30%.

Il risultato del Trasferimento 1 è rappresentato in Fig. 5.19 e Fig. 5.20.

*Utilizzo di algoritmi genetici per ottimizzazioni
di trasferimenti interplanetari a bassa spinta*

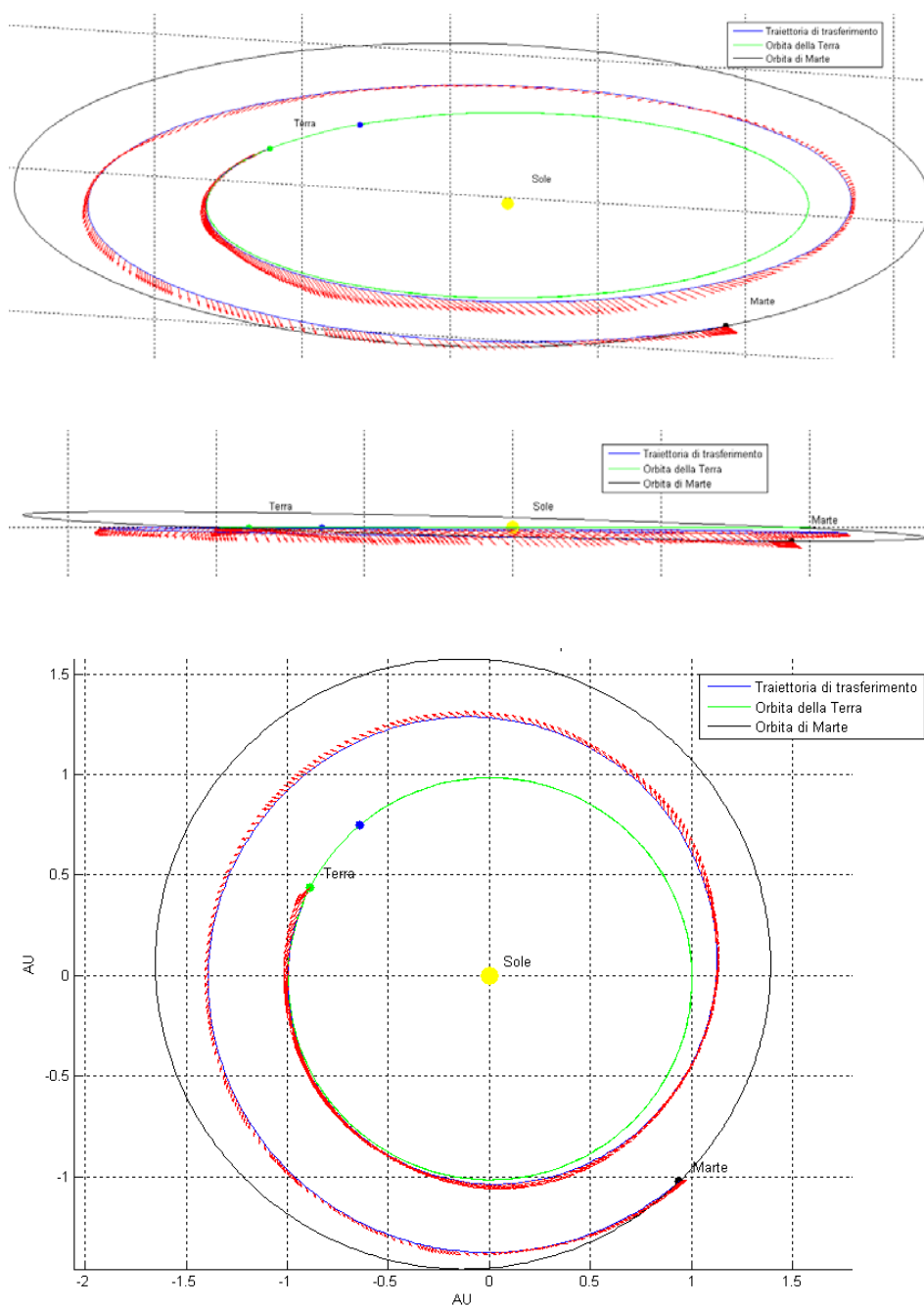


Fig. 5.19 - Orbita del Trasferimento 1 vista da più angolazioni.

Capitolo 5 - Applicazione degli algoritmi genetici al modello matematico

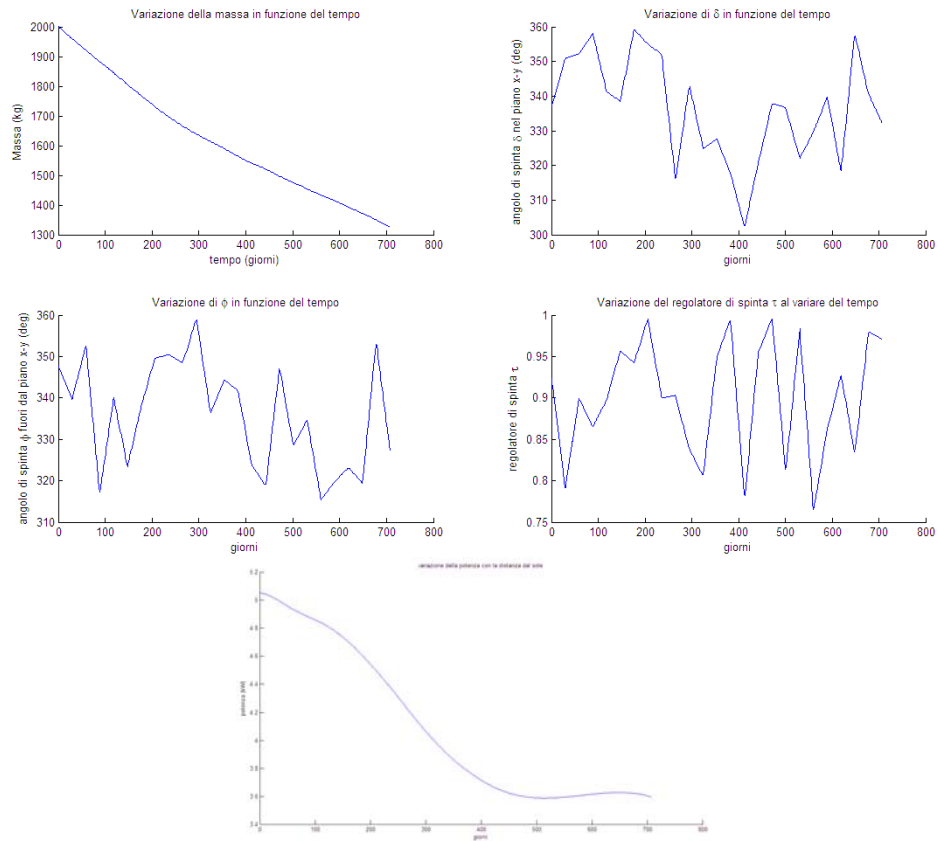


Fig. 5.20 - Variazione della massa, degli angoli δ e ϕ , di τ e della potenza.

È stata effettuata una simulazione di un trasferimento **Terra-Venere** di minima massa a potenza costante e spinta costante utilizzando le stesse impostazioni dell'algoritmo genetico dell'analisi precedente e con le stesse caratteristiche e accelerazioni del veicolo spaziale. L'intervallo delle date di partenza è stato scelto come $1/11/2011 \pm \frac{1}{2}$ periodo sinodico.

I risultati sono riassunti nella Tab. 5.17 e rappresentati in Fig. 5.21 e Fig. 5.22.

*Utilizzo di algoritmi genetici per ottimizzazioni
di trasferimenti interplanetari a bassa spinta*

Data di partenza	Data di arrivo	Pesi	t_{TOF} (giorni)	m_{prop}	δR (km)	δV (km/s)
20/10/2011	12/9/2012	$\lambda_1 = 2,8339 \cdot 10^8$ $\lambda_2 = 7.5938$	328.04	509,54	229714	3,0432

Tab. 5.17 - Risultato della simulazione del trasferimento Terra-Venere di minima massa.

Il confronto tra l'analisi del modello bidimensionale e l'analisi del modello tridimensionale è riportato in Tab. 5.18:

	t_{TOF} (giorni)	m_{prop} (kg)
Analisi del modello bidimensionale	393,329	610,95
Analisi del modello tridimensionale	328.04	509,54

Tab. 5.18 - Confronto tra l'analisi del modello bidimensionale e il modello tridimensionale per il trasferimento Terra-Venere di minima massa.

La massa di propellente utilizzata per il trasferimento nel modello tridimensionale è circa il 26% della massa iniziale del veicolo mentre per il modello bidimensionale è circa il 30%.

Il risultato del trasferimento è rappresentato in Fig. 5.21 e Fig. 5.22.

*Capitolo 5 - Applicazione degli algoritmi
genetici al modello matematico*

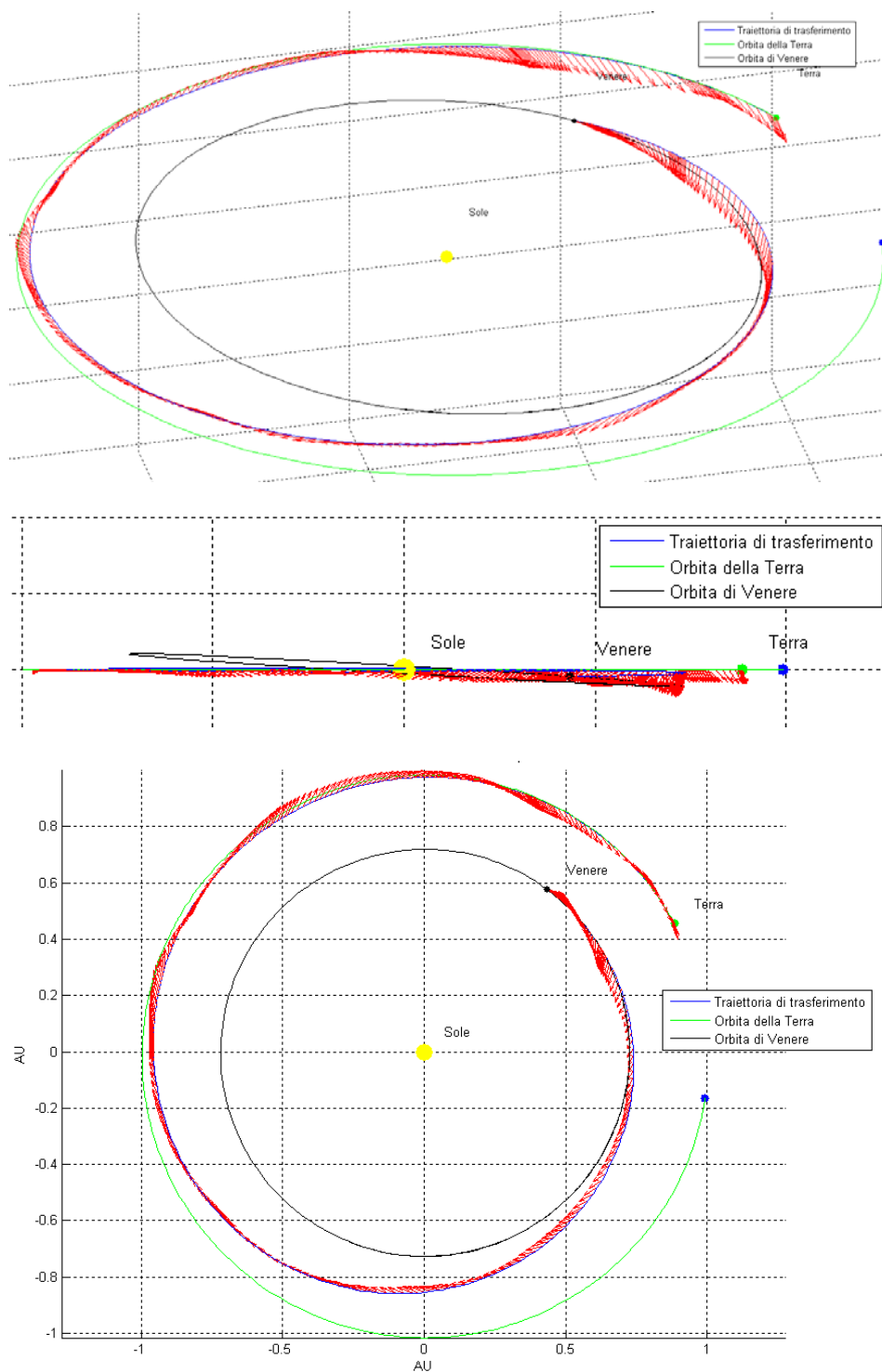


Fig. 5.21 - Orbita del trasferimento vista da diverse angolazioni.

*Utilizzo di algoritmi genetici per ottimizzazioni
di trasferimenti interplanetari a bassa spinta*

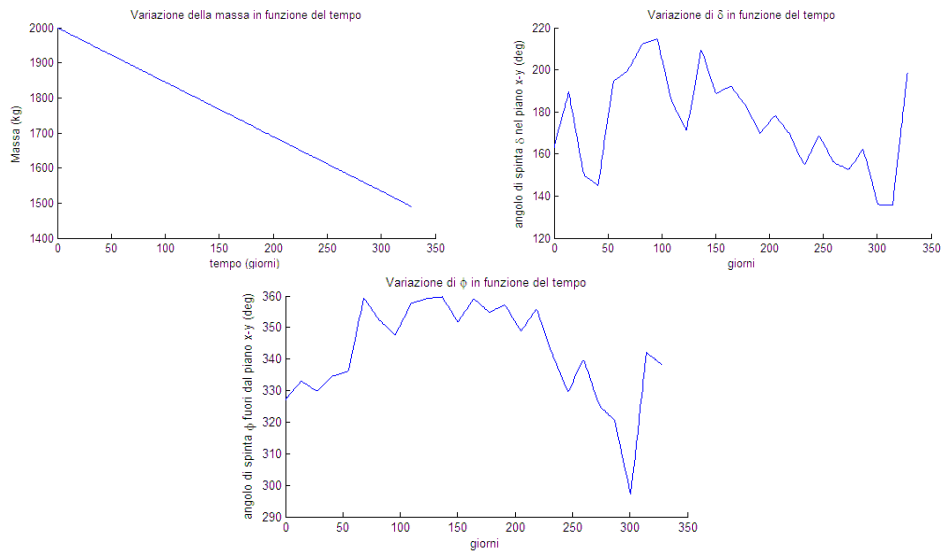


Fig. 5.22 - Variazione della massa e degli angoli δ e ϕ .

I risultati ottenuti per le simulazioni di trasferimenti interplanetari con perturbazioni possono ritenersi validi da un punto di vista di fattibilità di missione. Essendo, però, il risultato di ottimo sensibile al valore della data di partenza che viene fornito all'algoritmo ad inizio iterazione certamente esistono altre soluzioni migliori di quelle trovate finora. Confrontando le analisi effettuate tra i modelli bidimensionali e tridimensionali si nota che nel caso di trasferimenti Terra-Marte la soluzione migliore si ha per il modello bidimensionale. Nel caso di trasferimenti Terra-Venere la soluzione migliore si ha per il modello tridimensionale.

CONCLUSIONI E SVILUPPI

6.1 Conclusioni

Nel presente lavoro è stato effettuato uno studio circa la possibile applicazione degli algoritmi genetici per problemi di ottimizzazione di trasferimenti interplanetari. L'approccio all'ottimizzazione attraverso l'utilizzo degli algoritmi genetici è stato effettuato mediante l'utilizzo di funzioni di fitness con pesi. I risultati, nel caso del modello matematico bidimensionale sono risultati diversi, a seconda del tipo di funzione di fitness utilizzata. In particolare, è stato osservato che l'utilizzo di una funzione di fitness con pesi statici porta a dei risultati soddisfacenti, ma la ricerca del valore dei pesi si rivela difficile e lunga. L'utilizzo di funzioni di fitness con pesi adattabili ha messo in mostra la dipendenza della soluzione di ottimo dal numero di generazioni. La funzione di fitness con pesi dinamici, invece, si è rivelata valida e, nel caso di trasferimenti Terra-Marte i risultati ottenuti sono risultati migliori rispetto ai risultati ottenuti con funzioni di fitness con pesi statici mentre nel caso di trasferimenti Terra-Venere i risultati ottenuti con pesi dinamici sono risultati pressappoco equivalenti ai risultati ottenuti con

pesi statici. Nel caso di trasferimenti interplanetari considerando le perturbazioni dei pianeti e il calcolo della posizione dei pianeti attraverso le effemeridi i risultati si sono rivelati essere molto sensibili dalla data di partenza che viene assegnata come ipotesi iniziale all'inizio dell'iterazione. È stato possibile trovare una soluzione assegnando come ipotesi iniziale una data di partenza ma l'algoritmo genetico, per la maggior parte delle simulazioni effettuate, non è stato in grado di soddisfare i vincoli di missione se non per alcune date. Assegnando date specifiche l'algoritmo è stato in grado di trovare una soluzione di ottimo soddisfacendo i vincoli di missione.

6.2 Sviluppi

In questo lavoro l'approccio è stato quello delle funzioni di fitness con pesi, ma nulla vieta che possano essere usate altre funzioni di fitness, diverse da quelle utilizzate per questa analisi. Il problema delle funzioni di fitness è la coesistenza della funzione che si vuole effettivamente minimizzare e dei vincoli nella stessa equazione: da qui l'esigenza dell'utilizzo dei pesi. Esistono diversi modi di far variare i pesi in maniera adeguata, e quelli proposti in questo lavoro sono solo alcuni. Se si vuole affrontare il problema da questo punto di vista sarebbe utile approfondire e sperimentare ulteriori approcci che permettono di far variare i pesi e quindi la funzione di fitness in maniera più efficiente. Nel capitolo 3 sono state proposte diverse tecniche formulate da molti studiosi e la ricerca di una funzione di fitness valida per la risoluzione di ogni tipo di problema si rivela ardua. Per questo motivo sperimentare altre tecniche o formularne di nuove può portare a dei notevoli miglioramenti. L'eliminazione della dipendenza dalla data di partenza iniziale per l'ottimizzazione di trasferimenti interplanetari considerando le perturbazioni dei pianeti costituirebbe ad un ulteriore passo in avanti verso la ricerca di una soluzione di ottimo migliore e più accurata.

Bibliografia

1. Marc D. Rayman, Philip Varghese, David H. Lehman, and Leslie L. Livesay “*Results From The Deep Space 1 Technology Validation Mission*”.
2. “*Artemis - Paving The Way for Europe’s Future Data-Relay Land-Mobile and Navigation Services*”, reperibile su www.esa.int.
3. “*Asteroid Explorer Hayabusa*”, reperibile su www.jaxa.jp.
4. Denis Estublier, Giorgio Saccoccia & Jose Gonzalez del Amo, “*Electric Propulsion on Smart-1*”, A Technology Milestone.
5. Marc D. Rayman, Thomas C. Fraschetti, Carol A. Raymond, Christopher T. Russell, “*Dawn: a mission in development for exploration of main belt asteroids Vesta and Ceres*”.
6. George P. Sutton, “*Rocket Propulsion Elements*”, 7th edition, John Wiley & Son, Inc.
7. Jahn R.G., “*Physics of Electric propulsion*”, 1968, McGraw Hill Company
8. Kenyu Sun, Ya-Xiang Yuan, “*Optimization Theory and Methods - Nonlinear Programming*”, Springer, 2006.
9. D.R. Myatt, V.M. Becerra, S.J. Nasuto, J.M. Bishop, “*Advanced Global Optimization for Mission Analysis and Design*”, Department of Cybernetics, The University of Reading, UK.

*Utilizzo di algoritmi genetici per ottimizzazioni
di trasferimenti interplanetari a bassa spinta*

10. Seungwong Lee, Wolfgang Fink, Ryan P. Russell, Paul von Allmen, Anastassios E. Petropoulos, Richard J. Terrile, “*Evolutionary computing for Low-Thrust Navigation*”.
11. Seungwong Lee, Ryan P. Russell, Wolfgang Fink, Richard J. Terrile, Anastassios E. Petropoulos, Paul von Allmen, “*Low-Thrust Mission Trade Studies with Parallel, Evolutionary Computing*”.
12. Kristina Alemany, Robert D. Braun “*Survey of global optimization methods for low-thrust, multiple asteroid tour mission*”.
13. Pierluigi Di Lizia, Gianmarco Radice, “*Advanced Global Optimisation Tools for Mission Analysis Design*”, Department of Aerospace Engineering, University of Glasgow.
14. Pierluigi Di Lizia, Gianmarco Radice, Dario Izzo, Massimiliano Vasile, “*On the Solution of Interplanetary Trajectory Design Problems by Global Optimisation Methods*”.
15. Marios K. Karakasis & Kyriakos C. GiannaKoglou, “*Metamodel-Assisted Multi-Objective Evolutionary Optimization*”.
16. Dario Floreano, Claudio Mattiussi, “*Manuale sulle reti neurali*”, Il Mulino.
17. Seungwong Lee, Wolfgang Fink, Ryan P. Russell, Paul von Allmen, Anastassios E. Petropoulos, Richard J. Terrile, “*Design and Optimisation of Low-Thrust Orbit Transfers*”.
18. Zbigniew Michalewicz, “*Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programs*”, Third, Revised and Extended Edition, Springer, 1996.
19. David E. Goldberg, “*Genetic algorithms in search: optimization and machine learning*”, Addison-Wesley Longman Publishing Co., 1989.

Bibliografia

20. Carlos A. Coello Coello, "*Theoretical and numerical constraint-handling techniques used with evolutionary algorithms: a survey of the state of the art*".
21. Angel Fernando Kuri-Morales, Jesùs Gutierrez-García, "*Penalty Function Methods for Constrained Optimisation with Genetic Algorithms: a Statistical Analysis*".
22. Kalyanmoy Deb, "*An Efficient Constraint Handling Method for Genetic Algorithms*".
23. Giovanni Mengali, "*Meccanica del volo spaziale*", Edizioni Plus, 2001.
24. David A. Vallado, "*Fundamentals of Astrodynamics and Applications, 2nd edition*", Springer, 2001.
25. Richard H. Battin, "*An Introduction to the Mathematics and Methods of Astrodynamics*", AIAA Education Series, 1999.
26. Massimiliano Vasile, "*A Systematic-Heuristic Approach for Space Trajectory Design*".
27. Tadashi Sakai, John R. Olds, "*Development of a Multipurpose Low Thrust Interplanetary Trajectory Calculation Code*".
28. Lorenzo Casalino, Guido Colasurdo, Matteo Rosa Sentinella, "*1st ACT global trajectory optimisation competition: Results found at the Politecnico of Turin*".
29. Jon A. Sims, Steve N. Flanagan, "*Preliminary Design of Low-Thrust Interplanetary Missions*".
30. L. Casalino, G. Colasurdo, D. Pastrone, "*Mission Opportunities for human exploration of Mars*".
31. D. Izzo, V. M. Becerra, D. R. Myatt, S. J. Nasuto, J. M. Bishop, "*Search Space Pruning and Global Optimisation of Multiple Gravity Assist Spacecraft Trajectories*".

*Utilizzo di algoritmi genetici per ottimizzazioni
di trasferimenti interplanetari a bassa spinta*

32. Dario Izzo, “*Advances in Global Optimisation for Space Trajectory Design*”, 25th International Symposium on Space Technology and Science.
33. Francesco Cacciatore, Chiara Toggia, “*Optimisation of orbital trajectories using Genetic Algorithms*”.
34. Bernd Dachwald, “*Low-Thrust Trajectory Optimization and Interplanetary Mission Analysis Using Evolutionary Neurocontrol*”.
35. Thomas P. Runarsson, Xin Yao, “*Constrained Evolutionary Optimization - The penalty function approach*”.
36. Alessandro A. Quarta, Giovanni Mengali, “*Studio di traiettorie interplanetarie di sonde utilizzanti propulsori a bassa spinta*”, XVII Congresso Nazionale AIDAA, p. 2367-2376.
37. Seungwong Lee, Wolfgang Fink, Ryan P. Russell, Paul von Allmen, Anastassios E. Petropoulos, Richard J. Terrile, “*Comparison of Multi-Objective Genetic Algorithms in Optimizing Q-Law Low-Thrust Orbit Transfers*”.
38. Abby Weeks, “*Interplanetary Trajectory Optimization using a Genetic Algorithm*”.

APPENDICE

Le effemeridi

Per la determinazione dell'esatta posizione dei corpi celesti si utilizzano delle espressioni chiamate effemeridi. Per utilizzare tali espressioni bisogna ricavare la data giuliana di inizio missione. La data giuliana (Julian Date, JD) fu creata da Joseph Scaliger ed esprime l'intervallo di tempo in giorni dal 1° gennaio del 4713 avanti Cristo alle ore 12:00:00. Per trovare la data giuliana da una data e un tempo noti entro un intervallo di tempo che va dal 1° marzo del 1900 al 28 febbraio del 2100 si usa la formula^[24]:

$$JD = 367 \cdot (anno) - INT \left\{ \frac{7 \cdot \left[anno + INT \left(\frac{mese + 9}{12} \right) \right]}{4} \right\} + INT \left(\frac{275 \cdot mese}{9} \right) + \dots$$
$$\dots + giorno + 1721013,5 + \frac{\left(\frac{secondi}{60} + minuti \right)}{24} + ore \quad (A.1)$$

*Utilizzo di algoritmi genetici per ottimizzazioni
di trasferimenti interplanetari a bassa spinta*

L'espressione *INT* indica la parte reale del numero calcolato. L'utilizzo di questa formula porta però a numeri elevati, perciò a volte si usa la Data giuliana modificata (Modified Julian Date, MJD):

$$MJD = JD - 2400000,5 \quad (A.2)$$

Si osservi che mentre la data Giuliana comincia a mezzogiorno la data giuliana modificata comincia a mezzanotte.

A volte viene utilizzata un'altra formula calcolata da Meeus. In questo caso, i mesi di gennaio e febbraio assumono i valori 13 e 14 rispettivamente. Se il mese è gennaio o febbraio, allora l'anno viene calcolato con $anno = anno - 1$ e il mese viene calcolato con $mese = mese + 12$:

$$JD = INT\{365,25 \cdot (anno + 4716)\} + INT\{30,6001 \cdot (mese + 1)\} + giorno + \dots \\ \dots + B - 1524,5 + C \quad (A.3)$$

con

$$B = 2 - INT\left(\frac{anno}{100}\right) + INT\left(\frac{INT\left(\frac{anno}{100}\right)}{4}\right);$$

$$C = \frac{\left(\frac{secondi}{20} + \min\,uti\right)}{60} + ore \\ \frac{\quad}{24}.$$

Molte relazioni delle equazioni del moto di astrodinamica utilizzano il secolo giuliano (Julian Century, JC) a partire da una particolare data. La formula generale per calcolare il secolo giuliano a partire dall'anno 2000 (J2000) è:

Appendice

$$JC = \frac{JD - 2451545,0}{36525} \quad (A.4)$$

A partire dal secolo giuliano è possibile calcolare attraverso le effemeridi gli elementi orbitali classici dei pianeti. Si riportano le effemeridi utilizzate nel presente lavoro di tesi per calcolare la posizione di Venere, della Terra e di Marte. Tali elementi orbitali sono determinati rispetto all'equatore medio e all'equinozio medio del J2000:

Effemeridi di Venere:

- $a = 0,723329820 \cdot AU;$
- $e = 0,00677188 - 0,000047766 \cdot JC + 0,000000097 \cdot JC^2 + 0,00000000044 \cdot JC^3;$
- $i = 3,394662^\circ - 0,0008568 \cdot JC - 0,00003244 \cdot JC^2 + 0,000000010 \cdot JC^3;$
- $\Omega = 76,679920^\circ - 0,2780080 \cdot JC - 0,00014256 \cdot JC^2 - 0,000000198 \cdot JC^3;$
- $\tilde{\omega} = 131,563707^\circ + 0,0048646 \cdot JC - 0,00138232 \cdot JC^2 - 0,000005332 \cdot JC^3;$
- $\lambda_M = 181,979801^\circ + 58517,8156760 \cdot JC + 0,00000165 \cdot JC^2 - 0,000000002 \cdot JC^3.$

Effemeridi della Terra

- $a = 1,000001018 \cdot AU;$
- $e = 0,01670862 - 0,000042037 \cdot JC - 0,0000001236 \cdot JC^2 + 0,00000000004 \cdot JC^3;$
- $i = 0,0000000^\circ + 0,0130546 \cdot JC - 0,000000931 \cdot JC^2 - 0,000000034 \cdot JC^3;$
- $\Omega = 0,0^\circ;$

*Utilizzo di algoritmi genetici per ottimizzazioni
di trasferimenti interplanetari a bassa spinta*

- $\tilde{\omega} = 102,937348^\circ + 0,3225557 \cdot JC + 0,00015026 \cdot JC^2 + 0,000000478 \cdot JC^3$;
- $\lambda_M = 100,466449^\circ + 35999,3728519 \cdot JC - 0,00000568 \cdot JC^2 + 0,000000000 \cdot JC^3$.

Effemeridi di Marte

- $a = 1,523679342 \cdot AU$;
- $e = 0,09340062 + 0,000090483 \cdot JC - 0,0000000806 \cdot JC^2 - 0,00000000035 \cdot JC^3$;
- $i = 1,849726^\circ - 0,0081479 \cdot JC - 0,00002255 \cdot JC^2 - 0,000000027 \cdot JC^3$;
- $\Omega = 49,558093^\circ - 0,2949846 \cdot JC - 0,00063993 \cdot JC^2 - 0,000002143 \cdot JC^3$;
- $\tilde{\omega} = 336,060234^\circ + 0,4438898 \cdot JC - 0,00017321 \cdot JC^2 + 0,000000003 \cdot JC^3$;
- $\lambda_M = 335,433275^\circ + 19140,2993313 \cdot JC + 0,00000261 \cdot JC^2 - 0,000000003 \cdot JC^3$.

Gli elementi orbitali calcolati con le effemeridi sono:

$$\mathfrak{I} = \{a, e, i, \Omega, \tilde{\omega}, \lambda_M\}$$

Come si può osservare, gli elementi orbitali calcolati utilizzano la longitudine del perielio e la longitudine media e affinché possano essere calcolati il vettore posizione e il vettore velocità, bisogna calcolare l'argomento del perielio e l'anomalia vera:

$$\omega = \tilde{\omega} - \Omega; \tag{A.5}$$

$$M = \lambda_M - \tilde{\omega}.$$

con M = anomalia media.

Per determinare l'anomalia eccentrica dall'anomalia media e dall'eccentricità si utilizza la procedura descritta in [24]:

Appendice

$$\begin{aligned}
 & \left[\begin{array}{l} \text{se } -\pi < M < 0 \text{ oppure } M > \pi \\ E_n = M - e \\ \text{altrimenti} \\ E_n = M + e \end{array} \right. \\
 & E_{n+1} = E_n + \frac{M - E_n + e \cdot \sin(E_n)}{1 + e \cdot \cos(E_n)} \\
 & \text{finché } |E_{n+1} - E_n| < \text{tolleranza}
 \end{aligned}$$

Una volta nota l'anomalia eccentrica, l'anomalia vera si ricava dalle formule^{[23],[24],[25]}:

$$\begin{cases} \sin(\nu) = \frac{\sin(E) \cdot \sqrt{1-e^2}}{1 - e \cdot \cos(E)} \\ \cos(\nu) = \frac{\cos(E) - e}{1 - e \cdot \cos(E)} \end{cases} \quad (\text{A.6})$$

Sulla base della conoscenza dei sei elementi orbitali classici, si pone il problema di determinare $\vec{r}(t)$ e $\vec{v}(t)$. L'idea è quella di determinare prima il vettore posizione e il vettore velocità in un sistema di riferimento perifocale PQW, e poi ruotarli in un sistema eliocentrico equatoriale (Fig. A.1). Il vettore velocità e il vettore posizione nel sistema PQW sono:

$$\vec{r}_{PQW} = \begin{bmatrix} \frac{p \cdot \cos(\nu)}{1 + e \cdot \cos(\nu)} \\ \frac{p \cdot \sin(\nu)}{1 + e \cdot \cos(\nu)} \\ 0 \end{bmatrix}; \quad \vec{v} = \begin{bmatrix} -\sqrt{\frac{\mu}{p}} \cdot \sin(\nu) \\ \sqrt{\frac{\mu}{p}} \cdot (e + \cos(\nu)) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (A.7)$$

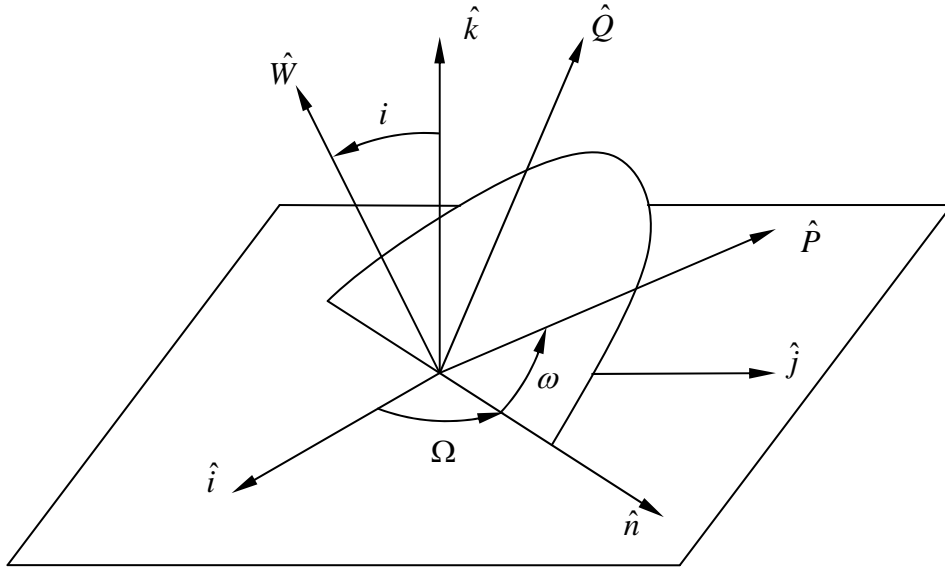


Fig. A.1 - Trasformazione di coordinate IJK→PQW.

La matrice di trasformazione da un sistema di riferimento PQW ad un sistema di riferimento eliocentrico equatoriale è:

$$\begin{bmatrix} IJK \\ PQW \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\Omega) \cdot \cos(\omega) - \sin(\Omega) \cdot \sin(\omega) \cdot \cos(i) & -\cos(\Omega) \cdot \sin(\omega) - \sin(\Omega) \cdot \cos(\omega) \cdot \cos(i) & \sin(\Omega) \cdot \sin(i) \\ \sin(\Omega) \cdot \cos(\omega) + \cos(\Omega) \cdot \sin(\omega) \cdot \cos(i) & -\sin(\Omega) \cdot \sin(\omega) + \cos(\Omega) \cdot \cos(\omega) \cdot \cos(i) & \cos(\Omega) \cdot \sin(i) \\ \sin(\omega) \cdot \sin(i) & \cos(\omega) \cdot \sin(i) & \cos(i) \end{bmatrix}$$

Appendice

Le espressioni finali per calcolare il vettore posizione e il vettore velocità in un sistema di riferimento eliocentrico equatoriale sono:

$$\vec{r}_{IJK} = \left[\frac{IJK}{PQW} \right] \cdot \vec{r}_{PQW}; \quad \vec{v}_{IJK} = \left[\frac{IJK}{PQW} \right] \cdot \vec{v}_{PQW}. \quad (\text{A.8})$$